

2016 年 8 月 25 日実施

2017 年度立命館大学大学院理工学研究科
博士課程前期課程
入学試験問題（専門科目）

機 械 シ ス テ ム 専 攻

【注意事項】

- (1) 解答は問題番号 1, 2, …ごとに解答用紙 1 枚を使用して下さい。
- (2) 受験番号、氏名、志望コース、問題番号等の必要事項を解答用紙すべてに記入して下さい。
- (3) 無記名答案は無効です。また、問題用紙および解答用紙の持ち帰りは認めていません。
- (4) 解答用紙はホッチキス止めしてあるので、はずさないで下さい。
- (5) 専門科目の選択方法
問題用紙が志望専攻の問題であるかを確認し、下記の選択方法に従って解答して下さい。

機械システム専攻：次の 1～3 のすべてに解答すること（3 問必答）。

1. 線形代数
2. 解析学
3. 力学

(6) 専門科目試験時間

基礎理工学専攻数理科学コース・機械システム専攻

13:00～15:00（120 分）試験時間中の途中退室は認めていません。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

〔専門科目〕 機械システム専攻

1. 線形代数

行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ とする。以下の設問に答えなさい。

- (1) 行列 A の固有方程式を求めなさい。
- (2) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めなさい。ただし、固有ベクトルは、大きさ 1 のものを答えなさい。
- (3) 行列 A を対角化することを考える。(2) で求めた固有ベクトルを用いて対角化行列 P をつくりなさい。さらに求めた P について、転置行列 P^T と逆行列 P^{-1} を求めなさい。
- (4) (3) で求めた対角化行列 P を用いて行列 A を対角化しなさい。

次に、式①の連立微分方程式を解析することにする。ただし a は定数である。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} x_1 &= -3a x_1 + 2a x_2 \\ \frac{d^2}{dt^2} x_2 &= 2a x_1 - 3a x_2 \end{aligned} \right\} \cdots \text{①}$$

式①は、 $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ とすると、行列 A を用いて

$$\frac{d^2}{dt^2} \vec{x} = -a A \vec{x} \quad \cdots \text{②}$$

と表すことができる。

- (5) (3) で求めた行列 P を用いて $\vec{x} = P \vec{y}$ を満たす $\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ を導入する。3) の結果も利

用して、式②を $\vec{x}$ を用いずに $\vec{y}$ で表し、 $\frac{d^2}{dt^2} \vec{y} = \dots$ の形で答えなさい。

- (6) $U = \frac{1}{2} k \vec{x}^T A \vec{x}$ を $\vec{y}$ の成分 y_1, y_2 で表しなさい。

ただし、 k は定数である。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

〔専門科目〕 機械システム専攻

2. 解析学

次の設問に答えよ。

(1) $z^3 = \frac{2}{1-i}$ を満たす複素数を全て求めよ。

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2+1}$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6 = 0$

(3) 不等式 $0 \leq y \leq -x + 1$, $x \geq 0$ で定義される領域を D とする。

(a) 二重積分

$$S = \iint_D (x-a)^2 dx dy$$

を求めよ。ただし、 a は定数である。

(b) S の最小値とその a の条件を求めよ。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

[専門科目] 機械システム専攻

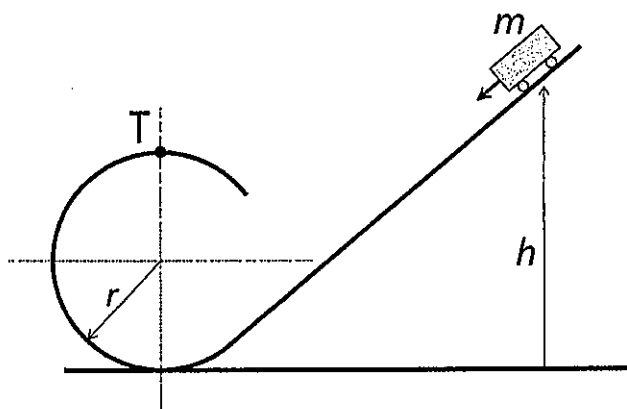
3. 力学

（この設問は2ページあります。1ページ目。）

(1)

図に示すような、半径 r の円形のレール上を走るジェットコースターがあり、質量 m の車体が高さ h から自由落下で発車する。なお、 $h > 2r$ であり、車体はレールの上をなめらかに動くものとする。以下の設問に答えよ。

- (a) 円形レールの最高地点 T における車体の速度を求めよ。
- (b) 点 T において、車体がレールを離れないために必要なスタート位置の高さを求めよ。

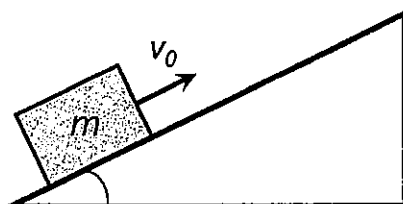


(2)

図に示すような傾斜角 θ の粗い斜面がある。斜面上に静止している質量 m の物体を初速度 v_0 で斜面と平行に打ち出したところ、距離 x 進んだ後に静止した。

なお、動摩擦係数を μ 、重力加速度を g 、時間を t とおく。

- (a) 物体 m の運動方程式を導け。
- (b) 物体 m が進んだ距離 x を θ 、 t 、 v_0 で表せ。



立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

〔専門科目〕 機械システム専攻

3. 力学

（この設問は2ページあります。2ページ目。）

（3）

図のような、なめらかな水平面上に、一端を壁に固定され、他端に質量 m の物体を取り付けたバネ（バネ定数 k ）が置かれている。 $x = x_0$ の位置まで物体を静かに引いて手を離したところ物体は単振動を始めた。

（1） 加速度を a として、物体の運動方程式を示せ。

（2） 初期変位を x_0 、角振動数を $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ として、（1）で示した運動方程式の変位 x を求めよ。

