

2017 年 2 月 9 日実施

2017 年度立命館大学大学院理工学研究科
博士課程前期課程
入学試験問題（専門科目）

機 械 シ ス テ ム 専 攻

【注意事項】

- (1) 解答は問題番号 1. 2. …ごとに解答用紙 1 枚を使用して下さい。解答用紙が 1 枚では不足する場合は試験監督に申し出て下さい。予備の用紙をお渡しします。
- (2) 受験番号、氏名、志望コース、問題番号等の必要事項を解答用紙すべてに記入して下さい。
- (3) 無記名答案は無効です。また、問題用紙および解答用紙の持ち帰りは認めていません。
- (4) 解答用紙はホッチキス止めしてあるので、はずさないで下さい。
- (5) 専門科目の選択方法
問題用紙が志望専攻の問題であることを確認し、下記の選択方法に従って解答して下さい。

機械システム専攻：次の 1～3 のすべてに解答すること（3 問必答）。

- 1. 線形代数
- 2. 解析学
- 3. 力学

(6) 専門科目試験時間

基礎理工学専攻数理科学コース・機械システム専攻

13:00～15:00（120 分）試験時間中の途中退室は認めていません。

1. 線形代数

(1) 次の行列 A の逆行列を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) 次の行列 B の固有値と固有ベクトルを求めよ.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$$

(3) (2) で求めた固有値および固有ベクトルを用いて, 上記の行列 B の n 乗を求めよ.

(4) 次の行列 C により表される, 平面の線形変換を考える. この変換により, 直線 $x + y - 2 = 0$ はどのような直線に写像されるか.

$$C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）
〔専門科目〕機械システム専攻

2. 解析学

(1) $C: x(t) = t^2 + 1, y(t) = t \ (t: 0 \rightarrow 1)$ のとき、次の線積分を計算せよ.

(a) $\int_C (x + y) dx$

(b) $\int_C (x^2 + y) dy$

(2) 写像関数 $w = z + \frac{1}{z}$ によって、単位円はどのような図形に写像されるか図示せよ.
なお、 $z = x + iy$ (i は虚数単位) である.

(3) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$3y' + xy = \frac{x}{y^2}$$

(4) 下式のような複素関数の無限級数を考える（これは、例えば流体力学において、2次元の流れの中に一つの物体が置かれた時の複素ポテンシャル F を表す）.

$$F = Uz + (a_{-1} + ib_{-1}) + (a_0 + ib_0) \log z + \frac{a_1 + ib_1}{z} + \frac{a_2 + ib_2}{z^2} + \dots + \frac{a_n + ib_n}{z^n} + \dots \quad (a_n, b_n \text{ は実数})$$

このとき以下の積分を計算せよ（これは物体に作用する力 X, Y を表す）.

$$X - iY = \frac{i}{2} \rho \int_C \left(\frac{dF}{dz} \right)^2 dz$$

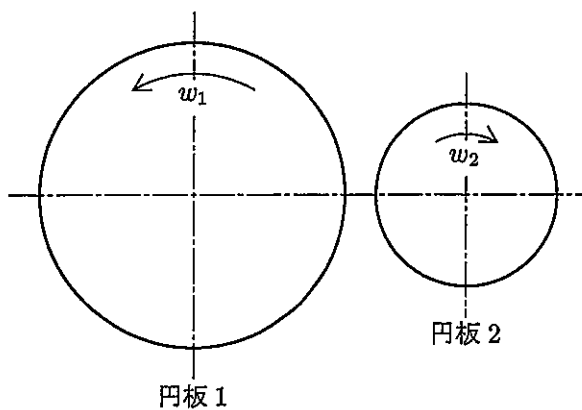
ただし、 $z = x + iy$ (i は虚数単位)、 ρ は流体の密度、 C は物体を含む十分大きな閉曲線である.

立命館大学大学院理工学研究科 (博士課程前期課程)
[専門科目] 機械システム専攻

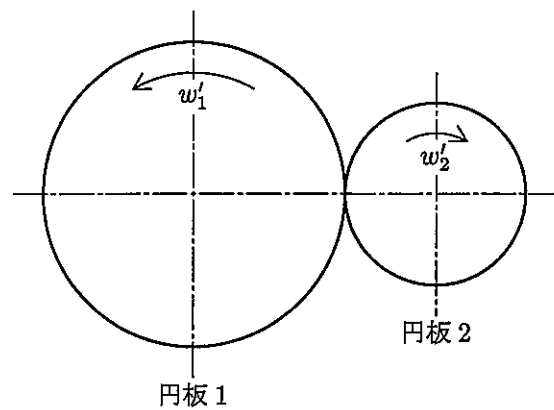
3. 力学

下図 (a) に示すように、質量が同じで半径の異なる 2 枚の円板 (円板 1, 円板 2) がそれぞれの中心を軸として角速度 w_1 , w_2 で回転している。下図 (b) に示すように、円板 2 をゆっくり移動し円板 1 と接触させたところ、2 枚の円板は滑ることなくそれぞれ角速度 w'_1 , w'_2 で回転を続けた。円板 1 および円板 2 の質量を M 、円板 1 の半径を a_1 、円板 2 の半径を a_2 とし、以下の設問に解答せよ。

- (1) 円板 1 の慣性モーメント I_1 を M , a_1 , w_1 のうち必要なものを用いて、円板 2 の慣性モーメント I_2 を M , a_2 , w_2 のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) 接触後の円板 1 の角速度 w'_1 と接触後の円板 2 の角速度 w'_2 との比 w'_2/w'_1 を M , a_1 , a_2 , w_1 , w_2 のうち必要なものを用いて表せ。
- (3) 接触後に円板 1 が円板 2 から受ける力積の絶対値 P_1 を M , a_1 , w_1 , w'_1 のうち必要なものを用いて、接触後に円板 2 が円板 1 から受ける力積の絶対値 P_2 を M , a_2 , w_2 , w'_2 のうち必要なものを用いて表せ。
- (4) $v_1 = a_1 w_1$, $v_2 = a_2 w_2$ とし、接触後の円板 1 の角速度 w'_1 を M , a_1 , a_2 , v_1 , v_2 のうち必要なものを用いて、接触後の円板 2 の角速度 w'_2 を M , a_1 , a_2 , v_1 , v_2 のうち必要なものを用いて表せ。
- (5) この系について、接触前の運動エネルギーを $K_{(a)}$ 、接触後の運動エネルギー $K_{(b)}$ とし、接触前後における運動エネルギーの変化 $\Delta K = K_{(b)} - K_{(a)}$ を M , a_1 , a_2 , v_1 , v_2 のうち必要なものを用いて表せ。



(a) 接触前



(b) 接触後