

2018 立命館附属校・提携校 算数・数学授業研究会 《技の習得》

立命館附属校教育研究・研修センター

9月29日(土) 朱雀キャンパスにおいて、算数・数学授業研究会《技の習得》を実施した。

講師として大阪府立大学高等教育推進機構 教授 川添 充 先生を迎え「現実世界の問題を数学化して考える」をテーマとして実施した。

現在、事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協同的に解決することが求められる中、教材作成のポイント、課題定義をいただくことができ大変有意義な研修であった。

参加者は14名(立命館長岡京1名、立命館守山3人、初芝橋本2人、初芝富田林1、育英西2人、附属校院生講師3人、院生2人)と河合塾から2人の見学者があった。

【研修内容】

はじめに

PISAの数学的リテラシーや、数学的モデル化についてお話を頂いた。

1 数学の問題から数学的モデル化問題へ

数学の問題 ex 傾きが2でy切片が100である直線のグラフをかけ。



文脈の付与 ex 花子が働いている小売店では、週当たりの基本給1万円に加えて、商品を1つ売ごとに200円が貰えます。花子の2週間の収入と彼女が1週間で売の商品の個数との関係を表す1次関数のグラフをかけ。



意味の付与 + オープンエンド化 ex 休暇が近づいてきて、あなたの友達の花子は贈り物を買うためにお金が欲しいと思っている。花子は、時給が最低賃金よりも200円高い仕事をみつけた。もう1つの別の仕事は、時給は最低賃金の半分だが、商品を1つ売ごとに200円が追加で貰える。どちらの仕事がよいか。花子にあなたの考えを理解してもらえるように、花子の意思決定に役立つ有用な表現を用いて説明せよ。

<川添先生のポイント>

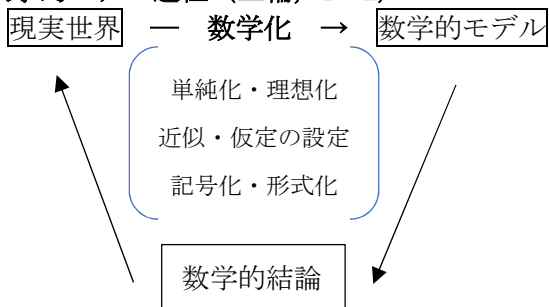
* 文脈を付与するだけでは、本質的に変わっていない。

* 意味を付与し、オープンエンド化することで、解きたくなる、現実で活用できる問題となり、やりがい生まれる。

⇒具体的には、

- ・ 数学の問題・文脈の付与の段階では、すべてのデータが与えられているが、意味の付与を行う際に、「最低賃金」等調べなければわからないものを取り入れる。
- ・ 比較をとらえる、説明するなど、オープンエンドの問題設定にする。

数学的モデル過程 (三輪, 1982)



数学の問題集では、すでに数学化された数学の問題しか扱われていないため、数学化を学ぶ機会がない。

⇒ 数学化が難しい

練習問題①

みそ汁をつくるために容量 1L の鍋に湯を沸かして、ダシ入りのみそを 120g 溶かしたところ、味が濃くなりすぎてしまった。水を足すとあふれるので、カップで 100cc ずつみ出して水と入れ替えては、かき混ぜて味をみることを繰り返したところ、5 回でようやくちょうどよい濃さになった。次回、1L のみそ汁をつくる時は、何 g の味噌を溶かせばちょうどよい味になるだろうか。

「練習問題①を読んで疑問に思ったことを共有」

- ・何 L のお湯を使っているのか
- ・均一になっているのか
- ・よい濃さ、よい味とは
- ・2g 違ってたら



<川添先生のポイント>

* 現実問題は曖昧である

* 大雑把に捉えることが現実を数学化する際に大切である

練習問題②

【誕生日パラドックス】

40 人のクラスの中に誕生日が同じ生徒がいるのは珍しいことか。

「練習問題②を読んで疑問に思ったことを共有」

- ・「珍しい」とは
- ・問われ方

「式を書いてみてください」

$$1 - \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \dots = 1 - \frac{1}{365^{40}} \cdot \frac{365!}{325!}$$

Q なぜ $\frac{365}{365} \times \frac{364}{365}$ のように、かけた??

→ 「どの誕生日になることも同様に確からしいから」

この前提が必要だが、単純化などは無自覚に行われている。



2 実際にグループで数学的モデル化問題に取り組む

演習

かつては絶滅が危惧されて、保護される対象であったニホンジカが、最近では増えすぎたことによる森林被害が問題となり、害獣となっている。

環境省では、ニホンジカの全国的な生息状況の動向を把握するため、全国のニホンジカの個体数の推定結果を毎年発表している。最新の結果は、2017 年 8 月末に発表されたもので、それによると、2015 年度末における全国（本州以南）のニホンジカの推定個体数は約 304 万頭である。

環境省と農林水産省は、2023 年度までに本州以南のニホンジカの個体数を約 120 万頭まで減らす目標を立てている。

目標を達成するための具体的方策とその実現可能性を考察せよ。

Q1 他にどういったデータがほしいですか？

→ (出た意見) 生息分布, 繁殖の推移, 猟師数, 繁殖率, シカの年齢, 何歳まで子どもを産めるのか

ここで、資料が配布された。

- 資料： 森林における鳥獣被害対策の体系
- (1) 各省連携した抜本的な鳥獣捕獲強化対策
 - (2) シカ個体数の見通し

Q2 どういった**仮定を設定**しますか？（現実世界の問題は曖昧であるから、仮定の立て方が重要である。）
 →（出た意見）シカの捕獲数（または繁殖率）を一定とする、捕獲しないと年率 20%ずつ増える

Q3 減らし方を考えてください。（Excel の使用可）
 →各班ともに右のようなパワーポイントを1枚作成し、
 発表した。

A班

頭数を増やしていなかったため、Excel計算に頼りました・・・

2011 (261万頭)
-2016 (304万頭)
繁殖率は2割増で一定と仮定

- 2015年 304万頭
- 2018年現在 345万頭と仮定する（現在捕獲率13%）

【解答】

- 今年度より捕獲率3.2%にすると（初年度税金投資案）
2023年に目標達成
（捕獲数推移110,90,73,59,48）
- 今年度より捕獲数を1.8倍にすると（猟友会育成案）
（捕獲数推移27,48,87,157,283）

※2年後のシカ(=今年度のシカ)×(1-捕獲率)×(繁殖率)
（捕獲数）=今年度のシカ×(捕獲率)

繁殖前に捕獲したと仮定

A班 初年度税金投資案と猟友会育成案を提案していた。

B班 10年で1.6倍増えることから毎年5%ずつ増えている。
 また、304万頭から8年間で120万頭にするため、
 8年かけて39%減らせばよい。
 よって毎年11%ずつ減らせばよいので、毎年89%の状態にすればよい。

C班 方法1 1年目に256万頭減らし、そこから自然増加で120万頭になる。
 方法2 毎年69万頭ずつ減らす。

D班 「2倍以上の捕獲が必要」の記述から、現状の捕獲数（27万頭）の2倍から考え始めた。

→・初めに一気に減らしてしまう、毎年同じだけ減らす等様々な考え方が出た。
 ・毎年同じだけ減らすにしても、頭数で提示するか割合で提示するかの違いが見られた。

<川添先生のポイント>

*1年間で〇〇だけ減らすと言っても、「繁殖してから捕獲」「捕獲してから繁殖」の2つが考えられる。
 →捕獲する時期や繁殖シーズン等も考えられるため、どのような仮定をおき、どのように単純化・
 近似するのかが重要である。

Q4 考えたことを式で表してください。

A班
 (次年度のシカ)=(今年度のシカ)×(1-捕獲率)
 ×(繁殖率)
 (捕獲数)=(今年度のシカ)×(捕獲率)

B班 $(304 \times 1.2 - x) \times 1.2 - x \times 1.2 - x \dots$

C班 記録しきれなかった。

D班 方法1 $(304 - a) + 304 \times 0.2 = b$
 方法2 $(b - a) + b \times 0.2 \dots$



<川添先生のポイント>

*A班のようにシミュレーションによるアプローチ(Excel等で値の代入を繰り返し、ちょうどよい値を探す)であっても、**前提の式は立てているため、数学化している**と言える。

*D班のように $1.2b - a = c$ と考えると、bは前年、cはその翌年の頭数を表しており、
 $a_n = 1.2a_{n-1} - a$ のように漸化式としてみることもできる。この問題は、数列でモデル化できる問題と見ることが出来る。

（記録：立命館中高院生講師 明石咲紀、編集：附属校教育研究・研修センター 羽田澄）