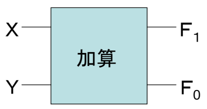
LSI概論（3）

論理ゲートとCMOS回路

VLSIセンター　藤野　毅

- コンピュータ内部の演算は"1"と"0"の2値で行われる（2進数が基本）
  - 電源電圧(Vdd)になっている場合"1"
  - GND電位(0V)になっている場合"0"
- 内部計算の例：2進数の加算（正の数）
  - 0＋0＝ 0
  - 0＋1＝ 1
  - 1＋0＝ 1
  - 1＋1＝10（桁上げが発生）
- 上記演算をLSI中で実行するため論理回路を使用する
  - OR, AND, NOT回路 etc.
- 負の数，浮動小数点など数の一般表現は，後で講義

2進数と論理回路



X	Y	F_1	F_0
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

図3．1　2進数の加算をする回路

- F= A・B　または　A×B　または　A∩B
  - 入力A,Bの両方が"1"の時,出力Fは"1"
  - F,A,Bは"1"と"0"の値しかとらない論理変数

真理値表

A	B	F=A・B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

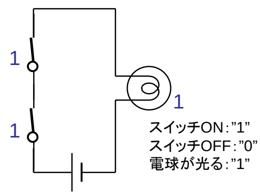


図3．2　論理積(AND)　F=A・B

- F=A＋B　または　A∪B
  - 入力A,Bのどちらかが"1"の時,出力Fは"1"
  - F,A,Bは"1"と"0"の値しかとらない論理変数

真理値表

A	B	F=A＋B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

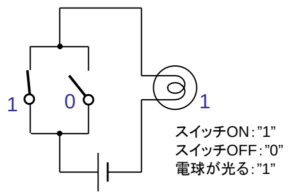


図3．3　論理和(OR)　F=A+B

- インバータで実現される論理：否定　$F=\overline{A}$
  - 入力が"1"の時,出力Fは"0"
  - 入力が"0"の時,出力Fは"1"
  - F,A,Bは"1"と"0"の値しかとらない論理変数

A	$F=\overline{A}$
0	1
1	0

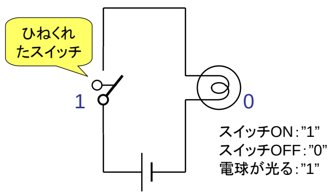
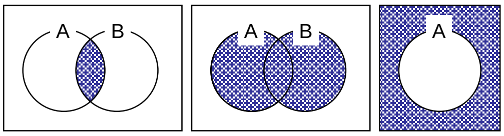


図3．4　否定(NOT)　$F=\overline{A}$

- NOT,AND,ORを用いてすべての論理を表すことができる。(後述)
- 論理をわかりやすくするためベン図が使用される

AND　　OR　　NOT



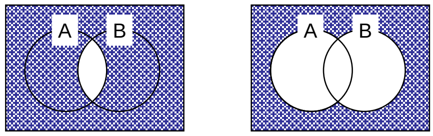
$F=A\cdot B$　　$F=A+B$　　$F=\overline{A}$

図3．5　ベン図

7

- NAND：ANDの否定
- NOR：ORの否定

NAND　　NOR

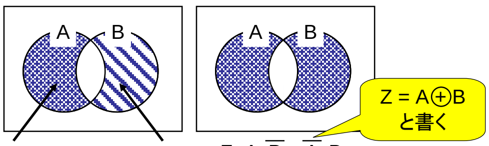


$F=\overline{A\cdot B}$　　$F=\overline{A+B}$

図3．6　NANDとNOR

8

- A,Bいずれかの入力のうち一方が1のとき出力1
- 3入力以上の入力変数の場合，奇数個の変数が1のときに1になる関数．



$F_1=A\cdot\overline{B}$　　$F_2=\overline{A}\cdot B$　　$F=A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B$

図3．7　排他的OR (XOR：exclusive OR)

9

A	B	AND	OR	NAND	NOR	XOR	XNOR
0	0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	1

図3．8　各種論理演算の真理値表まとめ

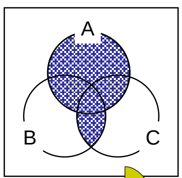
10

- 同一則
  - $A+A=A$
  - $A\cdot A=A$
- 相補則
  - $A+\overline{A}=1$
  - $A\cdot\overline{A}=0$
- 吸収則
  - $0+A=A$
  - $1+A=1$
  - $0\cdot A=0$
  - $1\cdot A=A$

図3．9　論理代数の基本法則(1)

11

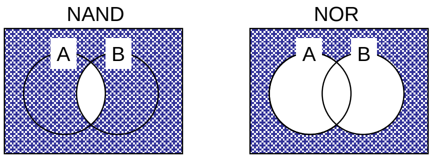
- 2重否定
  - $\overline{\overline{A}}=A$
- 交換則
  - $A+B=B+A$
  - $A\cdot B=B\cdot A$
- 結合則
  - $A+(B+C)=(A+B)+C$
  - $A\cdot(B\cdot C)=(A\cdot B)\cdot C$
- 分配則
  - $A\cdot B+A\cdot C=A\cdot(B+C)$
  - $(A+B)\cdot(A+C)=A+B\cdot C$



証明

図3．10　論理代数の基本法則(2)

12

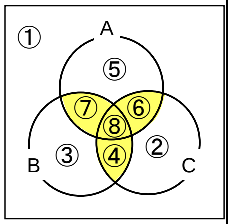


$\overline{A\cdot B} = \overline{A}+\overline{B}$　　$\overline{A+B} = \overline{A}\cdot\overline{B}$

☆ ド･モルガンの法則

13

	A	B	C	F	最小項
①	0	0	0	0	$m_1=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$
②	0	0	1	0	$m_2=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C$
③	0	1	0	0	$m_3=\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}$
④	0	1	1	1	$m_4=\overline{A}\cdot B\cdot C$
⑤	1	0	0	0	$m_5=A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$
⑥	1	0	1	1	$m_6=A\cdot\overline{B}\cdot C$
⑦	1	1	0	1	$m_7=A\cdot B\cdot\overline{C}$
⑧	1	1	1	1	$m_8=A\cdot B\cdot C$

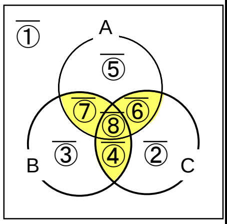


$F=m_4+m_6+m_7+m_8=\overline{A}\cdot B\cdot C + A\cdot\overline{B}\cdot C + A\cdot B\cdot\overline{C} + A\cdot B\cdot C$

図3．11　標準積和形の作成方法

14

	A	B	C	F	最大項
①	0	0	0	0	$m_1=A+B+C$
②	0	0	1	0	$m_2=A+B+\overline{C}$
③	0	1	0	0	$m_3=A+\overline{B}+C$
④	0	1	1	1	$m_4=A+\overline{B}+\overline{C}$
⑤	1	0	0	0	$m_5=\overline{A}+B+C$
⑥	1	0	1	1	$m_6=\overline{A}+B+\overline{C}$
⑦	1	1	0	1	$m_7=\overline{A}+\overline{B}+C$
⑧	1	1	1	1	$m_8=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$



$F=m_1\cdot m_2\cdot m_3\cdot m_5=(A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+C)$

図3．12　標準和積形の作成方法

15

- 任意の論理式はOR,AND,NOTの組み合わせで表現できる
- 論理は以下の積和形，和積形の2種類の両表現ある
  - 積和形：$F=A_1\cdot B_1\cdot C_1 + A_2\cdot B_2\cdot C_2 + A_3\cdot B_3\cdot C_3$
  - 和積形：$F=(A_1+B_1+C_1)\cdot(A_2+B_2+C_2)\cdot(A_3+B_3+C_3)$
- たとえば積和型であらわしたXORは以下のとおり
  - $F=A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{B}$

☆　ここまでのまとめ

16

- なぜ，積和系と和積系の使い分け？
  - 真理値表に1が多いとき⇒積和系
  - 真理値表に0が多いとき⇒和積系

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

両方でやってみてください

練習

17

- なぜ，積和系と和積系の使い分け？
  - 真理値表に1が少ないとき⇒積和系
  - 真理値表に0が少ないとき⇒和積系

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$F=\overline{A}\cdot\overline{B} + A\cdot\overline{B} + A\cdot B$

$F=A+\overline{B}$

真理値表に0が少ないときは和積型が良い

練習

18