論理式の簡単化

- **カルノー図**を用いる方法

n個の変数 $\Rightarrow 2^n$ 個のセル

隣のセル⇒変数が1個異なる

（4変数の例）

セル数

$2^4 = 16$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

論理式の簡単化

- カルノー図を用いる方法

＜手順1＞

主加法標準形

$$f = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1x_2x_3x_4 + x_1x_2\bar{x}_3x_4 + x_1x_2x_3x_4$$

x_1	x_2	x_3	x_4	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

論理式の簡単化

- カルノー図を用いる方法

＜手順2＞

最小項⇒1

（肯定1，否定0）

他のセル⇒0

（省略可）

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1	1		
01		1	1	
11	1	1	1	
10	1			

論理式の簡単化

- カルノー図を用いる方法

＜手順3＞

1を記入した隣接セルを囲む

（1の数は，2^n）

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1	1		
01		1	1	
11	1	1	1	
10	1			

論理式の簡単化

■カルノー図を用いる方法

＜手順4＞

数値が共通した変数⇒AND項

AND項を+で結合

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	1	1		
01		1	1	
11	1	1	1	
10	1			

$\bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4$　x_2x_4　$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3$

$$f = x_2x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4$$

論理式の簡単化

- 完全定義論理関数
  - 関数値：0, 1
- 不完全定義論理関数
  - 関数値：0, 1, ＊ (Don’t care)

論理式の簡単化

- 不完全定義論理関数

1と＊を囲む

1は必須

（1）1と＊の数：2^n

（2）大きく，対称に

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	*	$\bar{x}_1x_4$		*
01	*	1	*	x_1x_3
11	1	*	*	*
10	*		*	1

$$f=\bar{x}_1x_4+x_1x_3$$

論理式の簡単化

- OR-AND形論理式
  - OR項を・（AND記号）で結合

（例）

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) =$$
$$(\bar{x}_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_3)$$

論理式の簡単化

- OR-AND形論理式（作り方）

$$(1)\ F(x_1, x_2, \cdots, x_n) \Rightarrow F^d(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

$$F^d(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \overline{F(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_n)}$$

$$(2)\ F^d(x_1, x_2, \cdots, x_n) \Rightarrow F(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

$$+ \Leftrightarrow \cdot$$

論理式の簡単化

■ OR-AND形論理式

＜手順1＞

$$\overline{F(x_1,x_2,\cdots,x_n)}=1$$
$$\Rightarrow F(x_1,x_2,\cdots,x_n)=0$$

0と＊を囲む

0は必須

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	*	*	0	*
01	*		*	0
11		*	*	*
10	*	0	*	

$x_1\overline{x}_3$

x_2x_3

$$\overline{F(x_1,x_2,x_3,x_4)}$$
$$=x_1\overline{x}_3+x_2x_3$$

論理式の簡単化

- OR-AND形論理式

<手順2>

$$\overline{F(x_1, x_2, \cdots, x_n)} \Rightarrow F^d(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

$$\overline{F(x_1, x_2, x_3, x_4)} = x_1\overline{x}_3 + x_2 x_3$$

$$\therefore F^d(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{F(\overline{x}_1, \overline{x}_2, \overline{x}_3, \overline{x}_4)}$$

$$= \overline{x}_1 x_3 + \overline{x}_2\overline{x}_3$$

論理式の簡単化

- OR-AND形論理式

<手順3>

$$F^d(x_1, x_2, \cdots, x_n) \Rightarrow F(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

$$F^d(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 x_3 + \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

$+ \Leftrightarrow \cdot$

$$\therefore F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_3)$$

論理式の簡単化

- 複数の論理関数

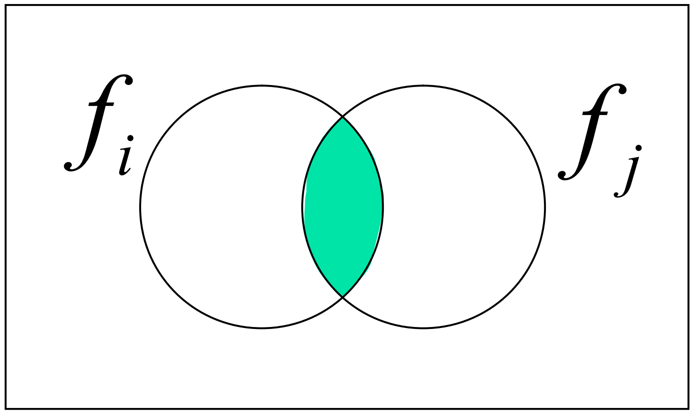
全体として最簡化

↓

共通部を考慮

論理積(AND)

$$f_i \cdot f_j$$



論理式の簡単化

■複数の論理関数

$\overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3$ $\overline{x}_1 x_2 x_3$

x_1	x_2	x_3	f_1	f_2	f_3	$f_1 f_2$	$f_2 f_3$	$f_3 f_1$	$f_1 f_2 f_3$
0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	0	0

論理式の簡単化

- 複数の論理関数

f_1 の個別最簡化

$$f_1 = \overline{x}_1 x_2 + \overline{x}_1 \overline{x}_3$$

x_3 \ x_1x_2	00	01	11	10
0	1	1		
1		1		

f_1 の全体最簡化

$$f_1 = \overline{x}_1 x_2 + \overline{x}_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3$$

x_3 \ x_1x_2	00	01	11	10
0	1	1		
1		1		

論理式の簡単化

- 複数の論理関数

f_2 の個別最簡化

$$f_2 = x_1x_2 + x_2x_3$$

x_3 \ x_1x_2	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	

f_2 の全体最簡化

$$f_2 = x_1x_2 + \bar{x}_1x_2x_3$$

x_3 \ x_1x_2	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	

論理式の簡単化

- 複数の論理関数

f_3 の個別最簡化

$$f_3 = x_1\overline{x}_2 + \overline{x}_2\overline{x}_3$$

$x_3 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
0	1			1
1				1

f_3 の全体最簡化

$$f_3 = x_1\overline{x}_2 + \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3$$

$x_3 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
0	1			1
1				1

論理式の簡単化

- 複数の論理関数

AND項数最小

$$f_1 = \bar{x}_1 x_2 + \boxed{\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3}$$
$$f_2 = x_1 x_2 + \bar{x}_1 x_2 x_3$$
$$f_3 = x_1 \bar{x}_2 + \boxed{\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3}$$

配線数最少

$$f_1 = \bar{x}_1 x_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$
$$\boxed{f_2 = x_1 x_2 + x_2 x_3}$$
$$f_3 = x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

論理式の簡単化

- 変数の規模と簡単化の方法

変数の個数	簡単化の方法
2－6	カルノー図
7－15程度	クワイン-マクラスキー法
15程度－100	発見的方法