組合せ回路

- 出力
  - 過去の入力に依存しない
- 入力と出力の関係
  - 論理関数によって表現

（例）演算回路，データ転送回路

組合せ回路

- AND-OR形2段論理回路
- OR-AND形2段論理回路

＜特長＞

設計容易

遅延時間最小

組合せ回路

- NAND2段回路

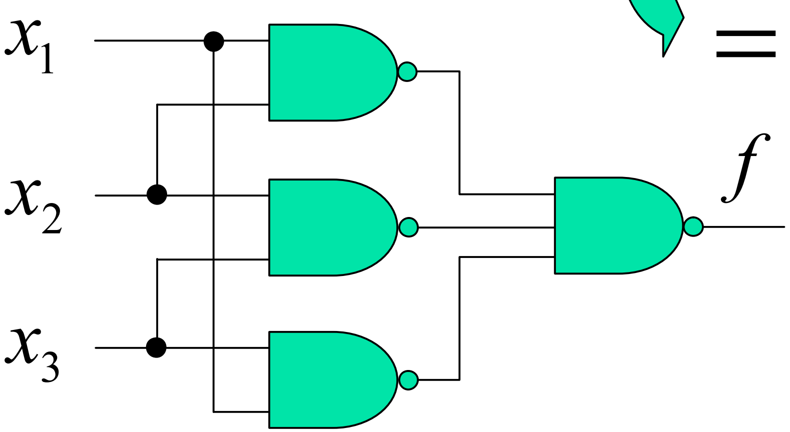
最簡AND-OR

$$f = x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1$$

ド・モルガンの定理

$$= \overline{\overline{x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1}}$$

$$= \overline{\overline{x_1x_2} \cdot \overline{x_2x_3} \cdot \overline{x_3x_1}}$$



$(N_G, N_F) = (4, 9)$

組合せ回路

- NANDゲートの特長
  - 低価格
  - 汎用ゲート
  - MOS数　少

↓

AND-OR2段回路⇒NAND2段回路

組合せ回路

- NOR2段回路

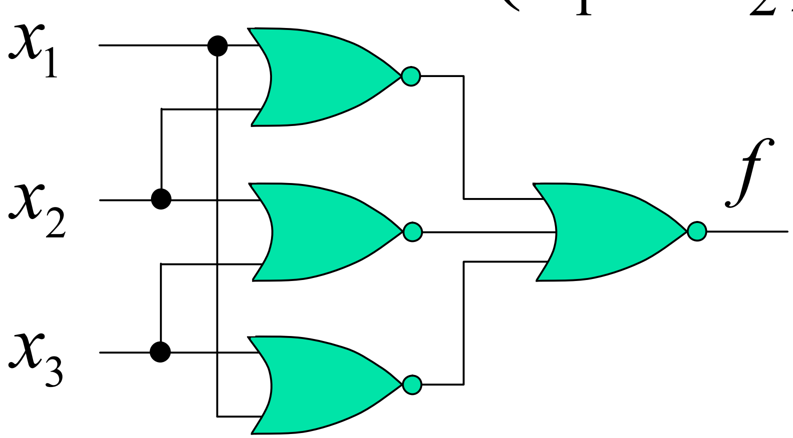
最簡OR-AND

ド・モルガンの定理

$$f=(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+x_1)$$

$$=\overline{\overline{(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+x_1)}}$$

$$=\overline{\overline{(x_1+x_2)}+\overline{(x_2+x_3)}+\overline{(x_3+x_1)}}$$



$(N_G, N_F)=(4,9)$

組合せ回路

- NORゲートの特長
  - 汎用ゲート
  - MOS数　少

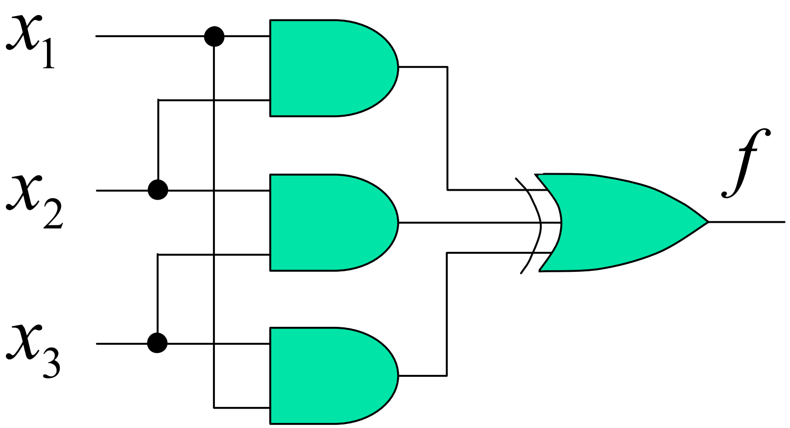
OR-AND2段回路⇒NOR2段回路

組合せ回路

- AND-XOR　２段回路

リード-マラー標準形

$$f = x_1 x_2 \oplus x_2 x_3 \oplus x_3 x_1$$



$(N_G, N_F) = (4,9)$

組合せ回路

■最簡AND-OR vs AND-XOR

最簡AND-OR形論理式

$x_3 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
0	1	1		
1		1		

$$f_1 = \overline{x}_1 x_2 + \overline{x}_1 \overline{x}_3$$

x_1	x_2	x_3	f_1
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

組合せ回路

- 最簡AND-OR vs AND-XOR

AND-XOR形論理式

リード-マラー標準形

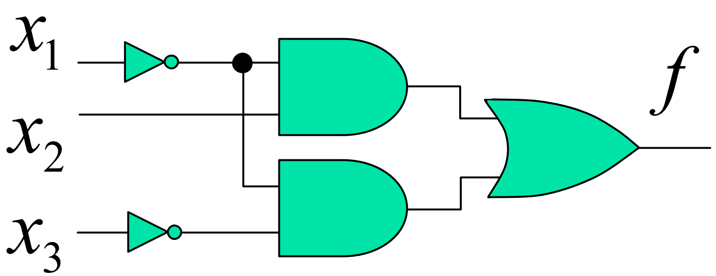
$$f_1 = 1 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_3 x_1 \oplus x_1 x_2 x_3$$

x_1	x_2	x_3	f_1
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

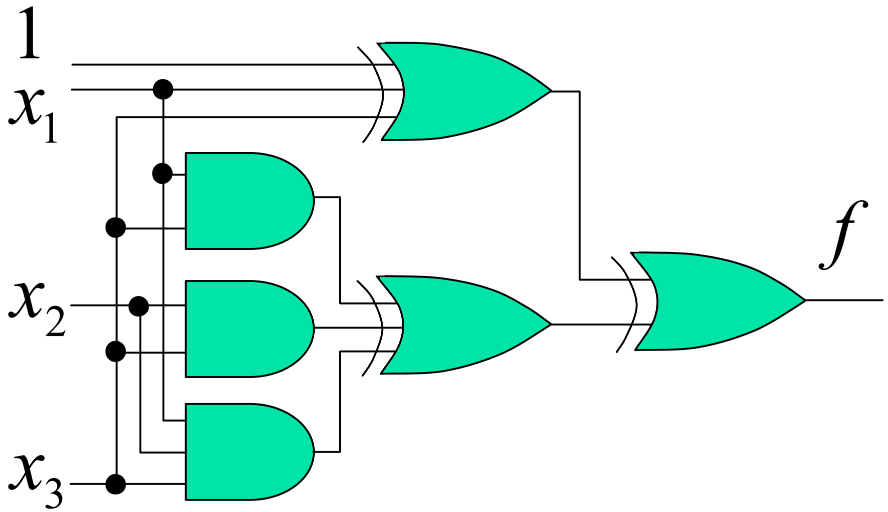
組合せ回路

- 最簡AND-OR vs AND-XOR

最簡AND-OR



AND-XOR



$(N_G,N_F)=(5,8)$

$(N_G,N_F)=(6,15)$

論理式の簡単化

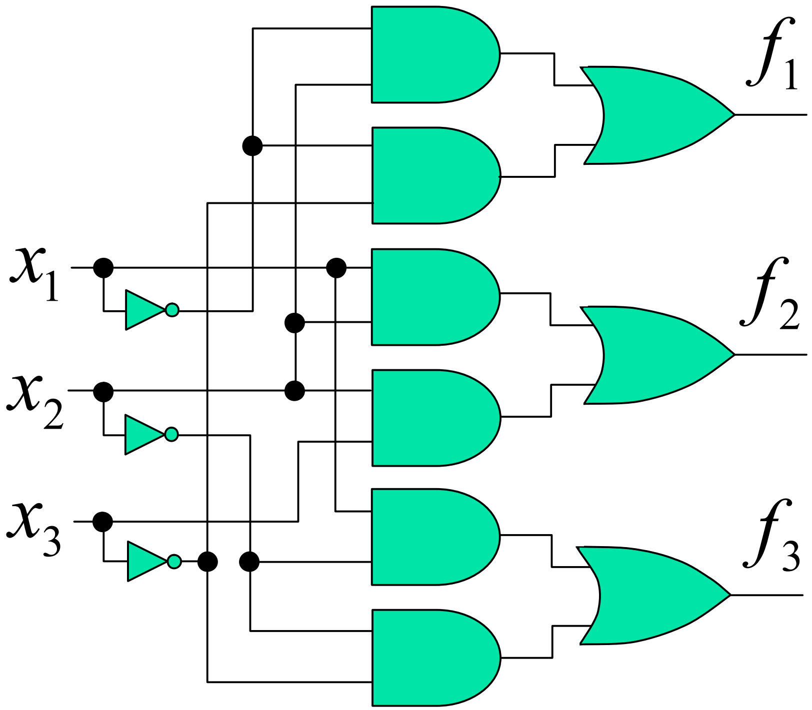
- 複数の論理関数 $\overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3$ $\overline{x}_1 x_2 x_3$

x_1	x_2	x_3	f_1	f_2	f_3	$f_1 f_2$	$f_2 f_3$	$f_3 f_1$	$f_1 f_2 f_3$
0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	0	0

論理式の簡単化

- 複数の論理関数

個別最簡AND-OR



$$f_1 = \overline{x}_1 x_2 + \overline{x}_1 \overline{x}_3$$
$$f_2 = x_1 x_2 + x_2 x_3$$
$$f_3 = x_1 \overline{x}_2 + \overline{x}_2 \overline{x}_3$$

$(N_G, N_F) = (12, 21)$

論理式の簡単化

- 複数の論理関数

AND項数最小

$$f_1 = \bar{x}_1 x_2 + \boxed{\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3}$$
$$f_2 = x_1 x_2 + \bar{x}_1 x_2 x_3$$
$$f_3 = x_1 \bar{x}_2 + \boxed{\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3}$$

配線数最少

$$f_1 = \bar{x}_1 x_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$
$$\boxed{f_2 = x_1 x_2 + x_2 x_3}$$
$$f_3 = x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

論理式の簡単化

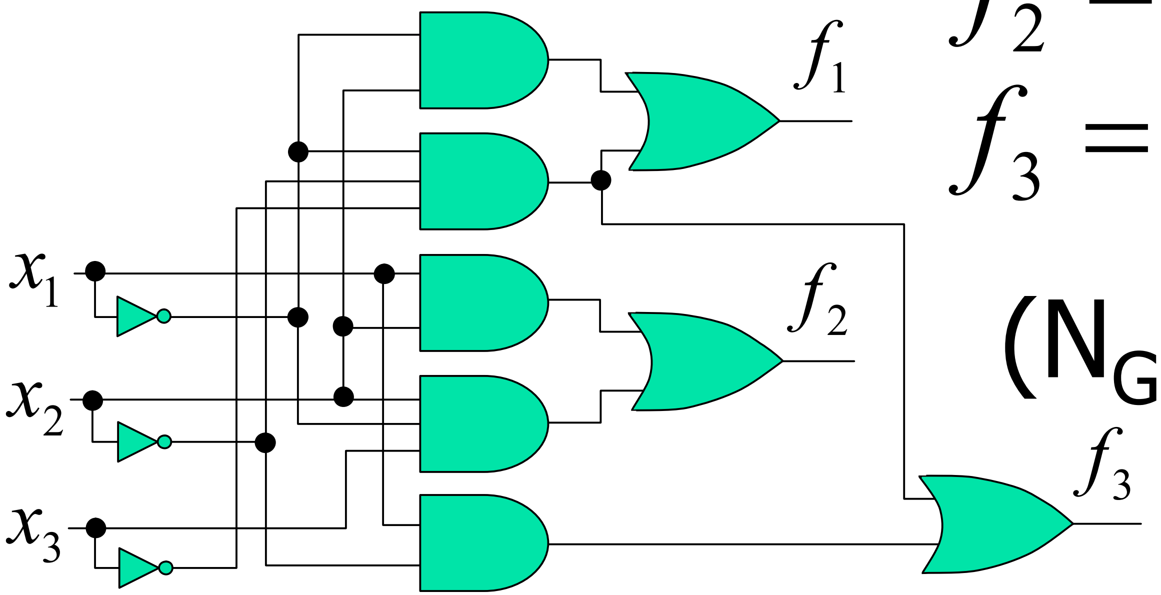
- 複数の論理関数

AND項数最小

$$f_1 = \bar{x}_1 x_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

$$f_2 = x_1 x_2 + \bar{x}_1 x_2 x_3$$

$$f_3 = x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$



$(N_G, N_F) = (11, 21)$

論理式の簡単化

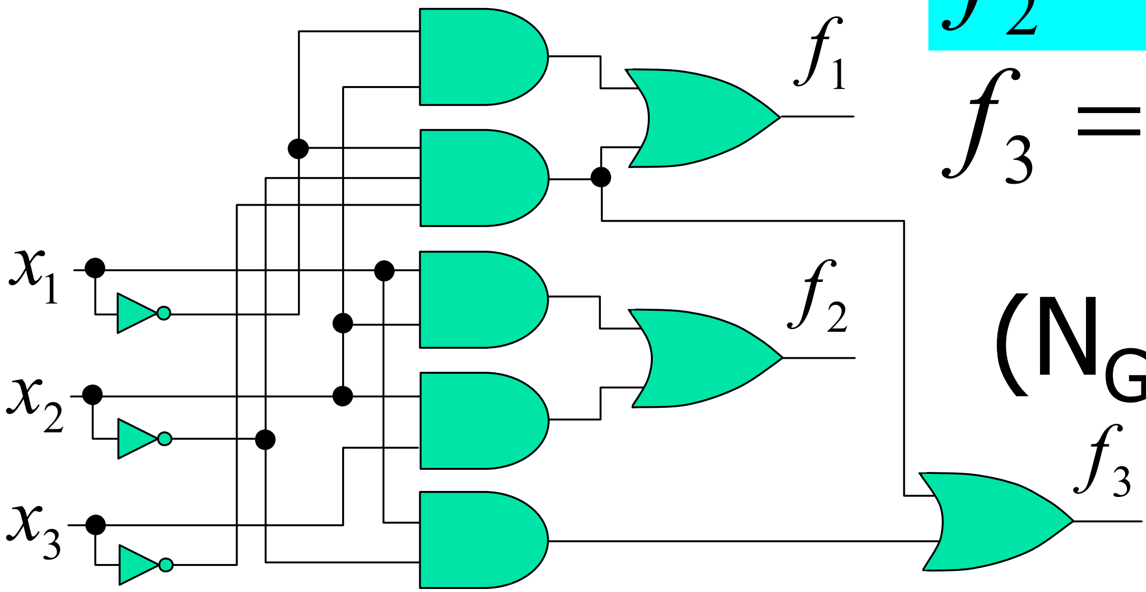
- 複数の論理関数

配線数最少

$$f_1 = \bar{x}_1 x_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

$$\boxed{f_2 = x_1 x_2 + x_2 x_3}$$

$$f_3 = x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$



$(N_G, N_F) = (11, 20)$

組合せ回路

- 2段論理回路
  - 設計容易，遅延時間最小

    ⇒最簡？
- 多段論理回路
  - 論理ゲート･配線数　削減

    ⇒遅延時間　犠牲

組合せ回路

多段論理回路の設計

＜手順1＞ AND項に共通な部分項（カーネル）

$$
\begin{aligned}
f_1 &= x_1x_5 + x_2x_3x_4 + x_2x_3x_5 \\
&= x_1x_5 + x_2x_3(x_4 + x_5) \\
&= (x_1 + x_2x_3)x_5 + x_2x_3x_4
\end{aligned}
$$

組合せ回路

多段論理回路の設計

＜手順1＞ AND項に共通な部分項（カーネル）

$$f_2 = x_1x_2x_3x_4 + x_1x_2x_3x_5 + x_1x_6 + x_2x_6$$
$$= x_1x_2x_3(x_4 + x_5) + (x_1 + x_2)x_6$$
$$= x_2(x_1x_3x_4 + x_1x_3x_5 + x_6) + x_1x_6$$

組合せ回路

- 多段論理回路の設計

＜手順2＞　　共通なカーネル

$$f_1$$

$$(x_4 + x_5)$$

$$(x_1 + x_2 x_3)$$

$$f_2$$

$$(x_4 + x_5) \quad (x_1 + x_2)$$

$$(x_1 x_3 x_4 + x_1 x_3 x_5 + x_6)$$

$$\Rightarrow (x_4 + x_5)$$

組合せ回路

■多段論理回路の設計

＜手順3＞　変数への変換

$$v_1 = (x_4 + x_5)$$

$$f_1 = x_1 x_5 + x_2 x_3 v_1$$
$$f_2 = x_1 x_2 x_3 v_1 + x_1 x_6 + x_2 x_6$$

組合せ回路

多段論理回路の設計

＜手順4＞　共通な部分項

$$f_1 = x_1x_5 + x_2x_3v_1$$

$$f_2 = x_1x_2x_3v_1 + x_1x_6 + x_2x_6$$

↓

$$x_2x_3$$

組合せ回路

- 多段論理回路の設計

＜手順5＞　変数への変換

$$v_2 = x_2 x_3$$

$$f_1 = x_1 x_5 + v_1 v_2$$

$$f_2 = x_1 v_1 v_2 + x_1 x_6 + x_2 x_6$$

組合せ回路

- 多段論理回路の設計

＜手順6＞　　変数の併合

$$v = v_1 v_2$$

$$f_1 = x_1 x_5 + v$$

$$f_2 = x_1 v + x_1 x_6 + x_2 x_6$$