

[ ] 内はヒントや注意 .

§5.4

[ 変数変換が (5.4.1) のように  $x = \dots, y = \dots$  と与えられているのではなく、 $u = \dots, v = \dots$  と与えられているとき、それを  $x = \dots, y = \dots$  と書き換えずに Jacobian を求める方法 :

定理 3.3.4 より、行列

$$\begin{pmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{pmatrix} \text{ と } \begin{pmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{pmatrix}$$

は互いに逆行列であるから、その行列式は互いに逆数である。Jacobian は前者の行列式であるから、後者の行列式の逆数である。

]

(A)

1. (1) 3 (2)  $(\pi^2/32) \log(3/2)$  (3)  $1/70$
2. (1)  $2\pi \log 2$
- (2)  $(5/2)\pi [\int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta = \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = (1/2) \int_0^{2\pi} (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) d\theta]$   
(3)  $32/9$
3. (1)  $(3\pi - 4)/9$  (2)  $(3/32)\pi$  (3)  $\pi/6 - 2/9$
4. (1)  $\pi(a \log a - \sqrt{a} + 1)$  (2)  $\pi(1 - e^{-a})$  (3)  $\pi \sin a$

(B)

1. (1)  $(3/4) \log 2$  (2)  $(1/4)(e - e^{-1})$  (3)  $1/10$
2. (1)  $\pi$  (2)  $\pi^2/4$  (3)  $(2/3)(2\pi - 3\sqrt{3})\pi$
3. (1)  $3/64$  (2) 2 (3)  $e$