[ ] 内はヒントや注意.

§6.1

与えられた数列の一般項を a_n とおく。

(A)

1. すべて発散 [$a_n \to 0$ となるものなし]
2. (1) 収束 [$1/(n^2+n) = 1/n - 1/(n+1)$] (2) 発散 [$1/\sqrt{n^2+1} > 1/\sqrt{n^2+2n+1} = 1/(n+1)$] (3) 発散 [$\log n < n$]
3. (1) 発散 (2) 収束 (3) 発散 (4) 収束
4. (1) 発散 (2) 収束 (3) 収束 (4) $\alpha > 1$ のとき収束、$\alpha \leqq 1$ のとき発散

(B)

1. (1) 収束 [$1/(n2^n) < 1/2^n$] (2) 削除 (3) 発散 [l'Hôpital を 2 度使って $(\log x)^2/x \to 0 (x \to \infty$ のとき$)$ であるから、十分大きな x においては $(\log x)^2 < x$. 別解：$\sqrt[n]{a_n} = (\log \sqrt[n]{n})^{-2}$ であり、練習問題 1.1(B)9 より $\sqrt[n]{n} \to 1$. 定理 6.1.6 より発散。]
2. (1) 収束 [$n^n > 2^n (n \neq 1)$ (2) 収束 [$\log(n+1) \geqq \log 4 > 1 (n \geqq 3$ のとき$)$] (3) 収束 [$n/(2n+1) < 1/2$]
3. (1) 発散 [$a_n > 1$] (2) 収束 [$\sqrt[n]{a_n} = [(1-2/n)^{-n/2}]^{-2} \to e^{-2} < 1$ と定理 6.1.6. この極限には練習問題 1.1(A)5(4) 参照。] (3) 発散 [$a_n \to \infty$]