[ ] 内はヒントや注意.

§6.3

(A)

1. (1) $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$, 収束半径 $= 1$ (2) $\sum_{n=0}^{\infty}(3^{n+1} - 2^{n+1})x^n$, 収束半径 $= 1/3$

2. [すべて定理 6.3.2 (i)] (1) 1 (2) 1 (3) 1 [$\log(n+2)/\log(n+1) \to 1$ には l'Hôpital の定理]

3. (1) $1/e$ (2) $1/e$ 定理 6.3.2 (ii)]

(B)

1. (1) 0 [与式の x^{2n+1} を $x \cdot x^{2n}$ と分け、$t = x^2$ のべき級数と見よ]
(2) 1 [$\sum_{n=0}^{\infty} |x^{n^2}| \leqq \sum_{n=0}^{\infty} |x|^n$ は $|x| < 1$ で収束。与式は $x = 1$ で発散。]
(3) ∞ [$t = x^2$ のべき級数と見よ]

2. (1) 1 (2) 1 [係数を a_n とおくと $a_{n+1}/a_n = (a_n + 1/(n+1))/a_n = 1 + 1/((n+1)a_n)$]

3. [$a_n = f^{(n)}(0)$]

4. (2) 係数を a_n とおくと、$a_{2n+1} = 0$, $a_0 = 0$, $a_2 = 1$,
$a_{2n} = \dfrac{(2n-2)(2n-4)\cdots 2}{(2n-1)(2n-3)\cdots 3}\dfrac{1}{2n}$, (収束半径は 1) [$a_0 = a_1 = 0$ は容易。(1) の式の両辺を n 階微分して、$x = 0$ を代入して漸化式 $y^{(n+2)}(0) = n^2 y^{(n)}(0)$ を得る。$a_n = y^{(n)}(0)$]