

数値計算 小テスト 1,2 時限

1. 以下の文が正しい場合は○, 誤っている場合は×を記せ. (5点)

- (a) ルンゲクッタ法は6階の解法でありオーダは5次である.
- (b) ピボット型LU分解は, 正則な行列 A のLU分解 $A = LU$ を必ず計算することができる.
- (c) ルンゲクッタフェールベルグ法では, ステップ幅は一定である.
- (d) ピボット選択型LU分解では, 絶対値が最大の要素をピボットに選ぶ.
- (e) $(\dot{x} - 2)^3 = 5x$ は常微分方程式の標準型である.

2. ピボット型LU分解を用いて, 4次の正方行列

$$A_4 = \begin{bmatrix} -3 & -6 & -3 & 9 \\ 2 & 6 & 0 & -8 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \\ -2 & -3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

のLU分解 $A_4 = L_4 U_4$ を, 3次の正方行列 A_3 のLU分解に変換する. ただし L_4 の対角要素の値を1とする. 以下の問いに答えよ. (4点)

- (a) 下三角行列 L_4 の一列目を示せ.
- (b) 上三角行列 U_4 の一行目を示せ.
- (c) 3次の正方行列 A_3 を示せ.

3. 変数 x, y は時刻 t に従って変化する. 変数 x, y に関する次の微分方程式を標準型に変換せよ. このとき状態変数を明示し, 得られた式がなぜ標準型であるかを説明せよ. (3点)

$$\begin{aligned} 5\ddot{x} + 3(\dot{x} - \dot{y}) + 2(x - y) &= 0 \\ 4\ddot{y} + 3(\dot{y} - \dot{x}) + 2(y - x) &= 6 \sin 2t \end{aligned}$$

4. 質量 m の質点が水平面 $O - xy$ 内を運動する. ただし, 質点の運動は, 曲線 $R(x, y) = 12x^2 + 16y^2 - 12 = 0$ 上に制約されている. 制約式 R の変数 x, y に関する偏微分を R_x, R_y で表す. 制約力の大きさを λ で表すと, 質点の運動方程式は

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= \lambda R_x \\ m\ddot{y} &= \lambda R_y \end{aligned}$$

で与えられる. 以下の問いに答えよ. (5点)

- (a) 偏微分 R_x, R_y を求めよ.
- (b) 制約安定化法を用いて, この微分方程式を標準型に変換せよ.
- (c) 状態変数を明示し, 得られた式がなぜ標準型であるかを説明せよ.

5. 次の行列のコレスキー分解を求めよ. (3点)

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -6 & 3 \\ -6 & 8 & -4 \\ 3 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

数値計算 小テスト 3,4 時限

1. 以下の文が正しい場合は○, 誤っている場合は×を記せ. (5点)

- (a) ルンゲクッタ法は4階の解法でありオーダは3次である.
- (b) ピボット選択型LU分解では, 最大の要素をピボットに選ぶ.
- (c) 微分方程式の数値解法では, ステップ幅は一定である.
- (d) ピボット型LU分解は, 正則な行列 A のLU分解 $A = LU$ を必ず計算することができる.
- (e) $(\dot{x} - 1)^2 = 4x$ は常微分方程式の標準型である.

2. 次の行列のコレスキー分解を求めよ. (3点)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 2 \\ -4 & 8 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

3. 変数 x, y は時刻 t に従って変化する. 変数 x, y に関する次の微分方程式を標準型に変換せよ. このとき状態変数を明示し, 得られた式がなぜ標準型であるかを説明せよ. (3点)

$$5\ddot{x} + 2(x - y)(\dot{x} - \dot{y}) = 0$$

$$4\ddot{y} + 2(y - x)(\dot{y} - \dot{x}) = 0$$

4. 質量 m の質点が水平面 $O - xy$ 内を運動する. ただし, 質点の運動は, 曲線 $R(x, y) = -12x^2 + 4y^2 + 3 = 0$ 上に制約されている. 制約式 R の変数 x, y に関する偏微分を R_x, R_y で表す. 制約力の大きさを λ で表すと, 質点の運動方程式は

$$m\ddot{x} = \lambda R_x$$

$$m\ddot{y} = \lambda R_y$$

で与えられる. 以下の問いに答えよ. (5点)

- (a) 偏微分 R_x, R_y を求めよ.
- (b) 制約安定化法を用いて, この微分方程式を標準型に変換せよ.
- (c) 状態変数を明示し, 得られた式がなぜ標準型であるかを説明せよ.

5. ピボット型LU分解を用いて, 4次の正方行列

$$A_4 = \begin{bmatrix} 3 & 9 & 6 & 3 \\ 2 & 8 & 2 & 0 \\ -2 & -5 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

のLU分解 $A_4 = L_4 U_4$ を, 3次の正方行列 A_3 のLU分解に変換する. ただし L_4 の対角要素の値を1とする. 以下の問いに答えよ. (4点)

- (a) 下三角行列 L_4 の一列目を示せ.
- (b) 上三角行列 U_4 の一行目を示せ.
- (c) 3次の正方行列 A_3 を示せ.