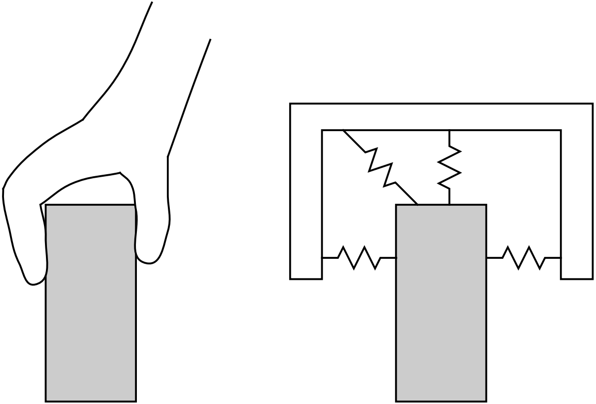
知能科学：コンプライアンス

平井 慎一

立命館大学 ロボティクス学科

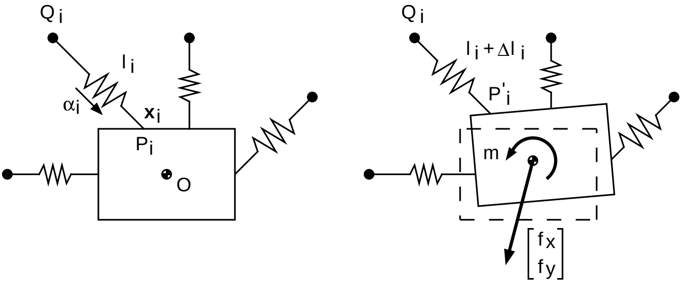
講義の流れ

手による物体把持



人の手による把持　　　　力学モデル

複数のバネで支えられている剛体



自然状態　　　外力が作用している状態

複数のバネで支えられている剛体

剛体上の参照点 O

力 $[f_x, f_y]^{\mathrm{T}}$，モーメント m
微小並進変位 $[\delta x, \delta y]^{\mathrm{T}}$，微小回転変位 $\delta\theta$

l_i: バネ i の自然長
Δl_i: バネ i の伸び

P_i: バネ i と剛体の接続点
$\boldsymbol{x}_i = [x_i, y_i]^{\mathrm{T}}$: 点 P_i の位置ベクトル

Q_i: バネ i の空間内の固定点
$\boldsymbol{\alpha}_i = [\alpha_i, \beta_i]^{\mathrm{T}}$: バネ i の伸び方向を与える単位ベクトル

$$\vec{Q_i P_i} = l_i \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix}$$

P_i': 剛体に変位が生じたときのバネ i と剛体の接続点

複数のバネで支えられている剛体

点 P_i の変位

$$\vec{P_i P_i'} = \begin{bmatrix} \delta x_i \\ \delta y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta x - y_i \delta\theta \\ \delta y + x_i \delta\theta \end{bmatrix}$$

$$\vec{Q_i P_i'} = \vec{Q_i P_i} + \vec{P_i P_i'} = \begin{bmatrix} l_i \alpha_i + \delta x_i \\ l_i \beta_i + \delta y_i \end{bmatrix}$$

バネ i の伸び Δl_i:

$$\begin{aligned} \Delta l_i &= Q_i P_i' - Q_i P_i = \alpha_i \delta x_i + \beta_i \delta y_i \\ &= \alpha_i \delta x + \beta_i \delta y + (x_i \beta_i - y_i \alpha_i)\delta\theta \end{aligned}$$

力とモーメントの釣り合い

k_i: バネ i のバネ定数
バネ i のポテンシャルエネルギー:

$$U_i = \frac{1}{2} k_i (\Delta l_i)^2$$

系全体のポテンシャルエネルギー:

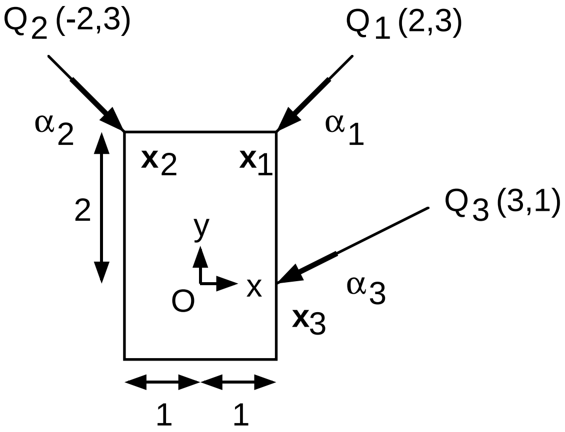
$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$$

力とモーメントの釣り合い:

$$f_x + \left(- \frac{\partial U}{\partial \delta x} \right) = 0, \qquad f_y + \left(- \frac{\partial U}{\partial \delta y} \right) = 0$$

$$m + \left(- \frac{\partial U}{\partial \delta \theta} \right) = 0$$

例



例

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2/\sqrt{5} \\ -1/\sqrt{5} \end{bmatrix}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = 5$$

例

バネの伸び:

$$\Delta l_1 = \frac{-1}{\sqrt{2}}\delta x + \frac{-1}{\sqrt{2}}\delta y + \frac{1}{\sqrt{2}}\delta\theta$$
$$\Delta l_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\delta x + \frac{-1}{\sqrt{2}}\delta y + \frac{-1}{\sqrt{2}}\delta\theta$$
$$\Delta l_3 = \frac{-2}{\sqrt{5}}\delta x + \frac{-1}{\sqrt{5}}\delta y + \frac{-1}{\sqrt{5}}\delta\theta$$

力とモーメントの釣り合い:

$$f_x = 9\delta x + 2\delta y - 3\delta\theta$$
$$f_y = 2\delta x + 6\delta y + \delta\theta$$
$$m = -3\delta x + \delta y + 6\delta\theta$$

例

力とモーメントの釣り合い:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 & -3 \\ 2 & 6 & 1 \\ -3 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta\theta \end{bmatrix}$$

剛性行列 (stiffness matrix):

$$K = \begin{bmatrix} 9 & 2 & -3 \\ 2 & 6 & 1 \\ -3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

コンプライアンスセンタ

コンプライアンス: ばね係数の逆数

コンプライアンスセンタ:
　並進運動と回転運動を分離できる点

コンプライアンスセンタに力のみを作用させる
$\longrightarrow$ 並進変位のみが生じ，回転しない
モーメントのみを作用させる
$\longrightarrow$ 回転変位のみが生じる

例

$[C_x, C_y]^{\mathrm{T}}$: 新しい参照点 C の座標

$[\delta x', \delta y']^{\mathrm{T}}$: 参照点 C における並進変位
$\delta\theta'$: 参照点 C まわりの回転変位

$$\begin{bmatrix} \delta x' \\ \delta y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -C_y\delta\theta \\ C_x\delta\theta \end{bmatrix}, \qquad \delta\theta' = \delta\theta$$

$[f'_x, f'_y]^{\mathrm{T}}$: 参照点 C における力
m': 参照点 C まわりのモーメント

$$\begin{bmatrix} f'_x \\ f'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}, \qquad m' = m - (C_x f_y - C_y f_x)$$

例

$$\begin{cases} f_x = f'_x \\ f_y = f'_y \\ m = m' + C_x f'_y - C_y f'_x \end{cases} \qquad \begin{cases} \delta x = \delta x' + C_y \delta\theta' \\ \delta y = \delta y' - C_x \delta\theta' \\ \delta\theta = \delta\theta' \end{cases}$$

新しい参照点 C における力の釣り合い:

$$\begin{aligned} f'_x &= 9\delta x' + 2\delta y' + (-2C_x + 9C_y - 3)\delta\theta' \\ f'_y &= 2\delta x' + 6\delta y' + (-6C_x + 2C_y + 1)\delta\theta' \end{aligned}$$

例

$$\begin{cases} f_x = f'_x \\ f_y = f'_y \\ m = m' + C_x f'_y - C_y f'_x \end{cases} \qquad \begin{cases} \delta x = \delta x' + C_y \delta\theta' \\ \delta y = \delta y' - C_x \delta\theta' \\ \delta\theta = \delta\theta' \end{cases}$$

新しい参照点 C における力の釣り合い:

$$\begin{aligned} f'_x &= 9\delta x' + 2\delta y' + (-2C_x + 9C_y - 3)\delta\theta' \\ f'_y &= 2\delta x' + 6\delta y' + (-6C_x + 2C_y + 1)\delta\theta' \end{aligned}$$

例

$$\left\{\begin{array}{l} -2C_x + 9C_y - 3 = 0 \\ -6C_x + 2C_y + 1 = 0 \end{array}\right. \longrightarrow \begin{array}{l} C_x = 3/10 \\ C_y = 2/5 \end{array}$$

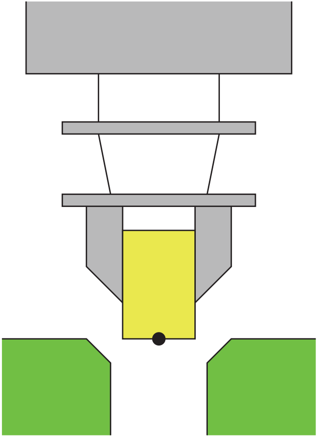
参照点 C における力とモーメントの釣り合い:

$$\begin{aligned} f_x' &= 9\delta x' + 2\delta y' \\ f_y' &= 2\delta x' + 6\delta y' \\ m' &= (2/9)\delta\theta' \end{aligned}$$

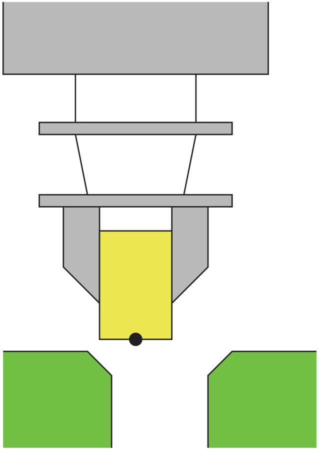
点 C: コンプライアンスセンター (compliance center)

RCC

Remote Compliance Center

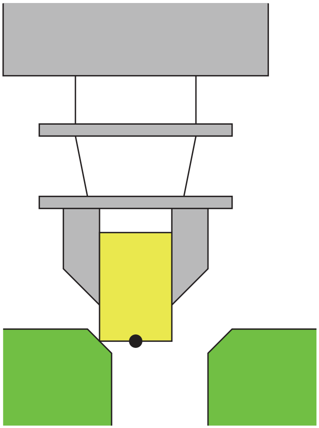


RCCの動作



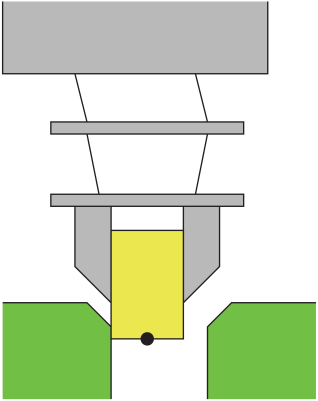
位置誤差

RCC の動作



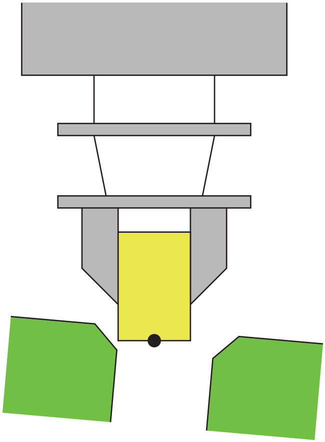
面取り接触

RCCの動作



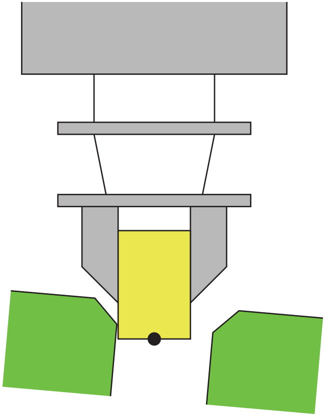
軸が自然に並進移動

RCC の動作



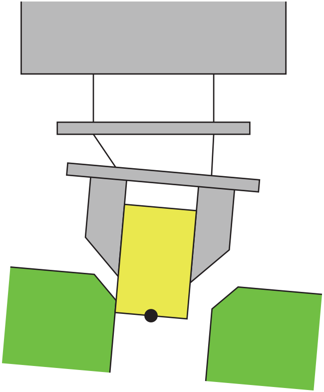
姿勢誤差

RCCの動作



側面接触

RCCの動作



軸が自然に回転

まとめ

剛性行列

弾性体 (ばね) で支持される物体
力・モーメントと並進変位・回転変位との関係

コンプライアンスセンタ

並進運動と回転運動を分離
コンプライアンスセンタの座標を計算

RCC

コンプライアンスセンタが軸の先端
位置誤差・姿勢誤差を自然に吸収