

# 知能科学：コンプライアンス

平井 慎一

立命館大学 ロボティクス学科

## 複数のバネで支えられている剛体

剛体上の参照点  $O$

力  $[f_x, f_y]^T$ , モーメント  $m$

微小並進変位  $[\delta x, \delta y]^T$ , 微小回転変位  $\delta\theta$

$l_i$ : バネ  $i$  の自然長

$\Delta l_i$ : バネ  $i$  の伸び

$P_i$ : バネ  $i$  と剛体の接続点

$x_i = [x_i, y_i]^T$ : 点  $P_i$  の位置ベクトル

$Q_i$ : バネ  $i$  の空間内の固定点

$\alpha_i = [\alpha_i, \beta_i]^T$ : バネ  $i$  の伸び方向を与える単位ベクトル

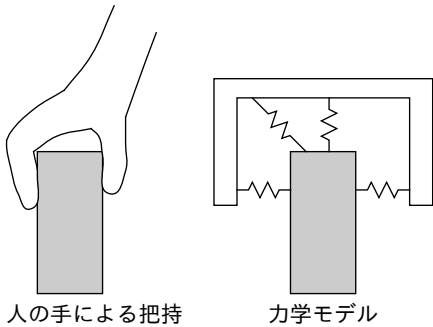
$$Q_i P_i = l_i \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix}$$

$P'_i$ : 剛体に変位が生じたときのバネ  $i$  と剛体の接続点

### 講義の流れ

- ① 剛性行列
- ② コンプライアンスセンタ
- ③ RCC
- ④ まとめ

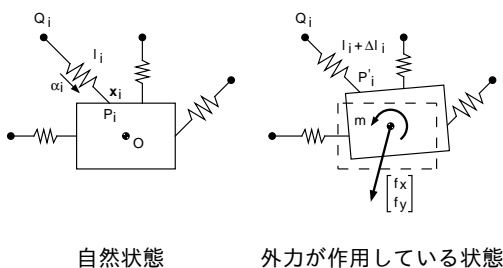
### 手による物体把持



人の手による把持

力学モデル

### 複数のバネで支えられている剛体



自然状態

外力が作用している状態

## 複数のバネで支えられている剛体

点  $P_i$  の変位

$$P_i \vec{P}'_i = \begin{bmatrix} \delta x_i \\ \delta y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta x - y_i \delta\theta \\ \delta y + x_i \delta\theta \end{bmatrix}$$

$$Q_i \vec{P}'_i = Q_i \vec{P}_i + P_i \vec{P}'_i = \begin{bmatrix} l_i \alpha_i + \delta x_i \\ l_i \beta_i + \delta y_i \end{bmatrix}$$

バネ  $i$  の伸び  $\Delta l_i$ :

$$\begin{aligned} \Delta l_i &= Q_i P'_i - Q_i P_i = \alpha_i \delta x_i + \beta_i \delta y_i \\ &= \alpha_i \delta x + \beta_i \delta y + (x_i \beta_i - y_i \alpha_i) \delta\theta \end{aligned}$$

### 力とモーメントの釣り合い

$k_i$ : バネ  $i$  のバネ定数

バネ  $i$  のポテンシャルエネルギー:

$$U_i = \frac{1}{2} k_i (\Delta l_i)^2$$

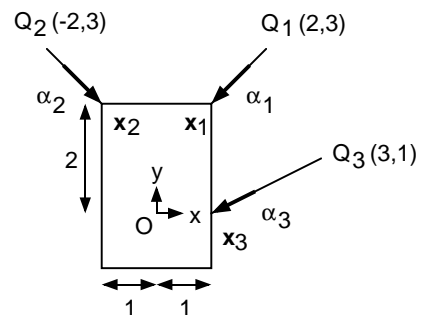
系全体のポテンシャルエネルギー:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

力とモーメントの釣り合い:

$$\begin{aligned} f_x + \left( -\frac{\partial U}{\partial \delta x} \right) &= 0, & f_y + \left( -\frac{\partial U}{\partial \delta y} \right) &= 0 \\ m + \left( -\frac{\partial U}{\partial \delta \theta} \right) &= 0 \end{aligned}$$

### 例



## 例

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2/\sqrt{5} \\ -1/\sqrt{5} \end{bmatrix}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = 5$$

## 例

バネの伸び:

$$\Delta l_1 = \frac{-1}{\sqrt{2}}\delta x + \frac{-1}{\sqrt{2}}\delta y + \frac{1}{\sqrt{2}}\delta\theta$$

$$\Delta l_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\delta x + \frac{-1}{\sqrt{2}}\delta y + \frac{-1}{\sqrt{2}}\delta\theta$$

$$\Delta l_3 = \frac{-2}{\sqrt{5}}\delta x + \frac{-1}{\sqrt{5}}\delta y + \frac{-1}{\sqrt{5}}\delta\theta$$

力とモーメントの釣り合い:

$$f_x = 9\delta x + 2\delta y - 3\delta\theta$$

$$f_y = 2\delta x + 6\delta y + \delta\theta$$

$$m = -3\delta x + \delta y + 6\delta\theta$$

## 例

力とモーメントの釣り合い:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 & -3 \\ 2 & 6 & 1 \\ -3 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta\theta \end{bmatrix}$$

剛性行列 (stiffness matrix):

$$K = \begin{bmatrix} 9 & 2 & -3 \\ 2 & 6 & 1 \\ -3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

## コンプライアンスセンタ

コンプライアンス: ばね係数の逆数

コンプライアンスセンタ:

並進運動と回転運動を分離できる点

コンプライアンスセンタに力のみを作用させる

→ 並進変位のみが生じ, 回転しない

モーメントのみを作用させる

→ 回転変位のみが生じる

## 例

$[C_x, C_y]^T$ : 新しい参照点 C の座標

$[\delta x', \delta y']^T$ : 参照点 C における並進変位  
 $\delta\theta'$ : 参照点 C まわりの回転変位

$$\begin{bmatrix} \delta x' \\ \delta y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -C_y\delta\theta \\ C_x\delta\theta \end{bmatrix}, \quad \delta\theta' = \delta\theta$$

$[f'_x, f'_y]^T$ : 参照点 C における力  
 $m'$ : 参照点 C まわりのモーメント

$$\begin{bmatrix} f'_x \\ f'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}, \quad m' = m - (C_x f_y - C_y f_x)$$

## 例

$$\begin{cases} f_x = f'_x \\ f_y = f'_y \\ m = m' + C_x f'_y - C_y f'_x \end{cases} \quad \begin{cases} \delta x = \delta x' + C_y \delta\theta' \\ \delta y = \delta y' - C_x \delta\theta' \\ \delta\theta = \delta\theta' \end{cases}$$

新しい参照点 C における力の釣り合い:

$$f'_x = 9\delta x' + 2\delta y' + (-2C_x + 9C_y - 3)\delta\theta'$$

$$f'_y = 2\delta x' + 6\delta y' + (-6C_x + 2C_y + 1)\delta\theta'$$

## 例

$$\begin{cases} f_x = f'_x \\ f_y = f'_y \\ m = m' + C_x f'_y - C_y f'_x \end{cases} \quad \begin{cases} \delta x = \delta x' + C_y \delta\theta' \\ \delta y = \delta y' - C_x \delta\theta' \\ \delta\theta = \delta\theta' \end{cases}$$

新しい参照点 C における力の釣り合い:

$$f'_x = 9\delta x' + 2\delta y' + (-2C_x + 9C_y - 3)\delta\theta'$$

$$f'_y = 2\delta x' + 6\delta y' + (-6C_x + 2C_y + 1)\delta\theta'$$

## 例

$$\begin{cases} -2C_x + 9C_y - 3 = 0 \\ -6C_x + 2C_y + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_x = 3/10 \\ C_y = 2/5 \end{cases}$$

参照点 C における力とモーメントの釣り合い:

$$f'_x = 9\delta x' + 2\delta y'$$

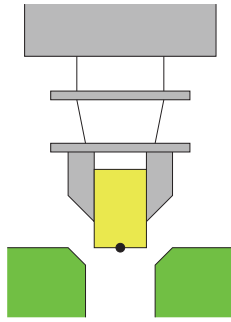
$$f'_y = 2\delta x' + 6\delta y'$$

$$m' = (2/9)\delta\theta'$$

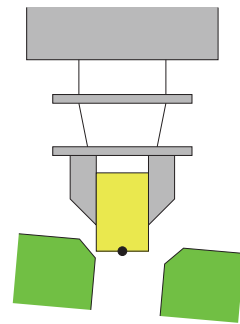
点 C: コンプライアンスセンター (compliance center)

# RCC

Remote Compliance Center

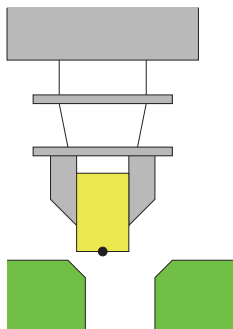


# RCCの動作



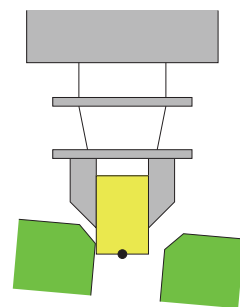
姿勢誤差

# RCCの動作



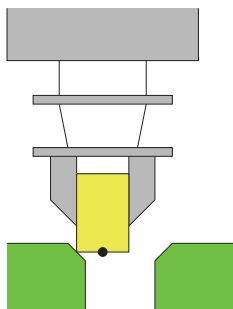
位置誤差

# RCCの動作



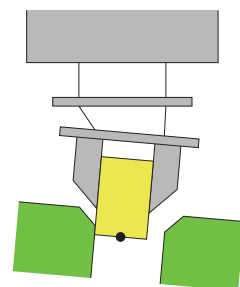
側面接触

# RCCの動作



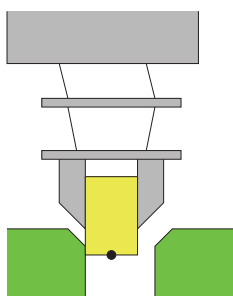
面取り接触

# RCCの動作



軸が自然に回転

# RCCの動作



軸が自然に並進移動

# まとめ

## 剛性行列

弾性体 (ばね) で支持される物体  
力・モーメントと並進変位・回転変位との関係

## コンプライアンスセンタ

並進運動と回転運動を分離  
コンプライアンスセンタの座標を計算

## RCC

コンプライアンスセンタが軸の先端  
位置誤差・姿勢誤差を自然に吸収