数値計算論　試験

1. 連立一次方程式

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -8 \end{bmatrix}$$

の解で，原点に最も近い解を求めよ．

2. 微分方程式

$$-\frac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}x^2} = x \qquad (0 \le x \le 1)$$
$$v(0) = 0, \quad v(1) = 0$$

を，有限要素法で解け．なお，解析解は

$$v(x) = \frac{1}{6} x (1 - x^2)$$

である．

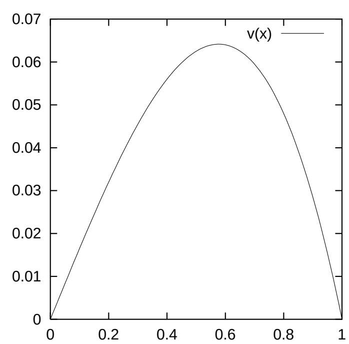

図 1: 解析解 $(1/6)x(1-x^2)$

3. 画像 $g(x, y)$ のラドン変換は，次式で定義される．

$$R(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi \cos\theta - \rho \sin\theta, \xi \sin\theta + \rho \cos\theta)\, d\xi.$$

原画像を $g_0(x, y)$，原画像 g_0 を原点周りに角度 α 回転移動させた画像を，$g_1(x, y)$ とする．すなわち

$$g_1(x, y) = g_0(C_\alpha x + S_\alpha y, -S_\alpha x + C_\alpha y)$$

ここで，$C_\alpha = \cos\alpha$，$S_\alpha = \sin\alpha$ である．このとき，画像 g_0 のラドン変換 R_0 と画像 g_1 のラドン変換 R_1 との間には

$$R_1(\rho, \theta) = R_0(\rho, \theta - \alpha), \qquad \forall \rho, \theta$$

が成り立つことを示せ．