数値計算　小テスト　**1,2** 時限

1. 以下の文が正しい場合は〇，誤っている場合は×を記せ．(4 点)

(a) ルンゲ・クッタ法は 6 階の解法でありオーダは 5 次である．
(b) 制約式 $R(x,y)=0$ を安定化する式は，$\ddot{R}+\alpha^2\dot{R}+2\alpha R=0$ である．
(c) ルンゲ・クッタ・フェールベルグ法では，ステップ幅は一定である．
(d) $(\dot{x}-2)^3=5x$ は常微分方程式の標準型である．

2. 常微分方程式

$$\ddot{x}+x^2=0$$
$$x(0)=0, \qquad \dot{x}(0)=2$$

を時間区間 $[\,0,\,4\,]$ で数値的に解き，

(a) 時刻 t と x のグラフ，
(b) 時刻 t と $\dot{x}$ のグラフ，
(c) x と $\dot{x}$ のグラフ（位相図）

を描け．軸の変数と目盛りを書くこと．(10 点)

3. 質量 m の質点が水平面 $\mathrm{O}-xy$ 内を運動する．ただし，質点の運動は，曲線 $R(x,y)=3x^2+4y^2-3=0$ 上に制約されている．制約式 R の変数 x,y に関する偏微分を R_x, R_y で表す．制約力の大きさを λ で表すと，質点の運動方程式は

$$m\ddot{x}=\lambda R_x$$
$$m\ddot{y}=\lambda R_y$$

で与えられる．以下の問いに答えよ．(6 点)

(a) 偏微分 R_x, R_y を求めよ．
(b) 制約安定化法を用いて，運動方程式と制約式を標準型に変換せよ．
(c) 状態変数を明示し，状態変数の値から状態変数の時間微分の値を計算する過程を示せ．

数値計算　小テスト　**3,4** 時限

1．以下の文が正しい場合は○，誤っている場合は×を記せ．(4 点)

(a) ルンゲ・クッタ法は 4 階の解法でありオーダは 3 次である．
(b) 制約式 $R(x,y)=0$ を安定化する式は，$\ddot{R}+2\alpha\dot{R}+\alpha^2R=0$ である．
(c) 微分方程式の数値解法では，ステップ幅は一定である．
(d) $(\dot{x}-1)^2=4x$ は常微分方程式の標準型である．

2．常微分方程式

$$\ddot{x}+(1-2\cos(2t))x=0$$
$$x(0)=2,\qquad \dot{x}(0)=0$$

を時間区間 $[\,0,\,4\,]$ で数値的に解き，

(a) 時刻 t と x のグラフ，
(b) 時刻 t と $\dot{x}$ のグラフ，
(c) x と $\dot{x}$ のグラフ（位相図）

を描け．軸の変数と目盛りを書くこと．(10 点)

3．質量 m の質点が水平面 $\mathrm{O}-xy$ 内を運動する．ただし，質点の運動は，曲線 $R(x,y)=-12x^2+4y^2+3=0$ 上に制約されている．制約式 R の変数 x,y に関する偏微分を R_x, R_y で表す．制約力の大きさを λ で表すと，質点の運動方程式は

$$m\ddot{x}=\lambda R_x$$
$$m\ddot{y}=\lambda R_y$$

で与えられる．以下の問いに答えよ．(6 点)

(a) 偏微分 R_x, R_y を求めよ．
(b) 制約安定化法を用いて，運動方程式と制約式を標準型に変換せよ．
(c) 状態変数を明示し，状態変数の値から状態変数の時間微分の値を計算する過程を示せ．