

1. 微分方程式

$$-\frac{d^2u}{dx^2} = 0 \quad (0 \leq x \leq 1)$$

$$u(0) = 0, \quad u(1) = 4$$

を, 有限要素法で解け. なお, 解析解は

$$u(x) = 4x$$

である.

2. 連立一次方程式

$$\begin{bmatrix} -2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

の解で, 原点に最も近い解を求めよ.

3. 区間 $[x_k, x_{k+1}]$ で形状関数 $N_{k,k+1}(x)$ と $N_{k+1,k}$ を定義する. 関数 $N_{k,k+1}(x)$ は, x_k で値 1 を, x_{k+1} で値 0 を取る区分的線形関数である. 関数 $N_{k+1,k}(x)$ は, x_{k+1} で値 1 を, x_k で値 0 を取る区分的線形関数である. 以下の式を示せ. ここで $h = x_{k+1} - x_k$ である.

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} N'_{k,k+1} N'_{k,k+1} dx = \frac{1}{h},$$

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} N'_{k+1,k} N'_{k,k+1} dx = -\frac{1}{h},$$

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} N'_{k+1,k} N'_{k+1,k} dx = \frac{1}{h}.$$