数学解析 III / システム数学 III　小テスト　1,2 時限

1. 第 2 章の章末問題【1】の (4) を解け.

2. 振り子の支点が球面関節である空間振り子の運動を定式化する. 振り子の長さを l で表すと, 先端の質量 m は支点 C を中心とする半径 l の球面上にある. 鉛直上向きに z 軸を取り, 振り子の最下点を原点とする. このとき, 質点の位置 (x, y, z) は制約式

$$R(x,y,z) \stackrel{\triangle}{=} \left\{x^2+y^2+(z-l)^2\right\}^{\frac{1}{2}} - l = 0$$

を満たさなくてはならない. 質点の速度ベクトルを $[v_x,\, v_y,\, v_z]^{\mathrm{T}}$ で表す. このとき質点の運動方程式は

$$\begin{aligned} m\dot{v}_x &= \lambda \frac{x}{\{x^2+y^2+(z-l)^2\}^{\frac{1}{2}}}, \\ m\dot{v}_y &= \lambda \frac{y}{\{x^2+y^2+(z-l)^2\}^{\frac{1}{2}}}, \\ m\dot{v}_z &= \lambda \frac{z-l}{\{x^2+y^2+(z-l)^2\}^{\frac{1}{2}}} - mg \end{aligned}$$

と表される. 制約安定化法を用いて, この運動方程式を微分方程式の標準型に変換せよ.

数学解析 III / システム数学 III　小テスト　3,4 時限

1. 第 2 章の章末問題【1】の (3) を解け.

2. 振り子の支点が球面関節である空間振り子の運動を定式化する．振り子の長さを l で表すと，先端の質量 m は支点 C を中心とする半径 l の球面上にある．鉛直上向きに z 軸を取り，振り子の最下点を原点とする．このとき，質点の位置 (x, y, z) は制約式

$$R(x,y,z) \triangleq \left\{x^2+y^2+(z-l)^2\right\}^{\frac{1}{2}} - l = 0$$

を満たさなくてはならない．質点の速度ベクトルを $[v_x,\, v_y,\, v_z]^{\mathrm{T}}$ で表す．このとき質点の運動方程式は

$$\begin{aligned} m\dot{v}_x &= \lambda \frac{x}{\{x^2+y^2+(z-l)^2\}^{\frac{1}{2}}}, \\ m\dot{v}_y &= \lambda \frac{y}{\{x^2+y^2+(z-l)^2\}^{\frac{1}{2}}}, \\ m\dot{v}_z &= \lambda \frac{z-l}{\{x^2+y^2+(z-l)^2\}^{\frac{1}{2}}} - mg \end{aligned}$$

と表される．制約安定化法を用いて，この運動方程式を微分方程式の標準型に変換せよ.