高校数学と数学史 (改訂中)

1. 代数学

分野	教科書	内容	数学者	コメント
代数	数学 I	2 次方程式 (2 次不等式) 式の計算	ディオファントス (AD246?-AD330?)	代数の父?「数論」
			ブラフマグプタ (598-670)	0 の導入
			アルーフワーリズミー (780?-850?)	・「補完と削減による計算の手引き」 ・「アルジェブラ」の言葉導入.
	数学 II	分数式・恒等式 複素数 2 次方程式 (一般) 高次方程式	ウマルバイヤート (1048-1131)	・「ルバイヤート」(4 行詩) ・3 次方程式の分類を試みる.
			フィボナッチ (1170-1250)	・アラビア数学をヨーロッパへ紹介・フィボナッチ数列
			フェルマー (1601-1665)	17 世紀最大の数学者 ・フェルマーの最終定理
			デカルト (1596-1650)	・「幾何学」 ・変数に x を用いる
			ヴィエート (1540-1603)	・「解析技法入門」 ・文字式の導入
			デルフェロ (1465-1526) ファイオール (1506- ?) タルターリア (1500?-1557) カルダノ (1501-1576) フェッラーリ (1522-1565)	 デルフェロの弟子 ・「大いなる技」・3 次方程式の解法・複素数の形式的使用 カルダノの弟子 4 次方程式の解法
			オイラー (1707-1783)	「無限解析」 18 世紀の巨匠
			ラグランジェ(1736-1813)	3 次, 4 次方程式の再考
			ルフィーニ (1765-1824) アーベル (1802-1829)	・5 次方程式に代数的一般解はないと主張 ・代数的可解性の研究 5 次方程式以上に代数的一般解はないことの証明を与える.
			ガロア (1811-1832)	群の定式化 ガロア群
			ガウス (1777-1855)	・「整数論」 ・複素平面・代数学の基本定理 歴史上最大の数学者の一人

分野	教科書	内容	数学者	コメント
代数	数学 A	整数の性質	ユークリッド	・除法の定理 ・ユークリッドの互除法
			エラトステネス (BC275-194)	エラトステネスのふるい
			ディオファントス	・1 次不定方程式
			ガウス	「整数論」において ・因数分解の一意性 ・合同式
			リーマン (1826-1866)	・リーマン予想 ・素数定理

コメント

(1) ディオファントスは, 紀元後 3 世紀の人らしく, 「代数学の父」と呼ばれている. 「数論」においては記号を用いて 2 次方程式の解法などを記述をしているが, その後記号での記述は忘れられてしまったらしい. 数学 I における解と係数に関連する問題も取り上げている.
(2) 古代の学園都市であったアレキサンドリアが 640 年にイスラム人に征服されたから, ギリシャの数学等は被災を逃れた学者らによりアラビアに流れ、アラビア語に翻訳をされ伝承されていった. ディオファントスの数学からの進展は見られないが, アルーフワーリズミーにより（記号を用いず記述式表現で）1 次方程式, 2 次方程式の分類が試みられた. その約 250 年後セルジュク帝国の重要人であったウマル・ハイヤームは, 初めて 3 次方程式の研究を「補完と削減にある問題の証明について」で取り上げた.
(3) アラビア数字は, 地中海取引がなされていたイタリア交易都市出身のレオナルド (フィボナッチ) の「算術の書」により 1200 年頃紹介されたといわれている. その当時はイタリア語またはラテン語でアラビアからの数学書が翻訳された. レオナルドも 3 次方程式を取り扱い, 解を求めるより, 解の性質の分析に力が注げられたらしい.
(4) デカルト以前は, 幾何量と変数が対応しており, x は線分の長さ, x^2 は面積, x^3 は体積を意味しており, $x^2 + x^3$ は意味をなしていなかった. デカルトはこの呪縛から解放した. ヴィエートは (デカルトも同時期）記述式であった表現を, 文字式を用いて表すということをを行い, 数学 I で習う, 基本的な文字式の計算の法則をまとめた.
(5) レオナルド以降の方程式の解法の歴史は, 16 世紀にイタリアの数学者により発展された. 特に, カルダノとタルターリアの 3 次方程式の解の公式を巡る争いは有名である. カルダノは, 解を記述するのに複素数 $\sqrt{-1}$ を用いて表示をした. 4 次方程式の解の公式はカルダノの弟子のフェッラーリによりなされ, 5 次方程式にも代数的一般解があると信じられていた. 18 世紀になり, ラグランジェは 3 次方程式, 4 次方程式の解法の見直しをおこない, 置換を用いることにより対称式で一般解を記述することを行った. (少し前ににヴァンディモンドによりなされていたらしいが、こちらは世間的に影響されなかった.) これを用いて 5 次方程式にも応用できると考えていた. 一方, ルッフィーニは, ラグランジェの方法を用いて 5 次方程式には代数的一般解がないことを証明したと主張. 何度か証明を訂正したが, 最終的にアーベルにより証明された (1826 年). ガロアは, 「群」を定式化し, 方程式の係数の「体」と解の「体」の関係を調べることによって (「ガロア群」), 5 次以上の方程式に代数的一般解が存在しないことを証明した. しかし, その内容が理解されるまで 30 年ほど時間を要した.
(6) (オイラーについて)
(7) ガウスは 19 世紀の大数学者である. 「整数論」において, 素因数分解の一意性についてきちんと証明を与えている. また, 数学 III で取り扱われている複素平面 (ガウス平面) を用いて, 複素数を実数と同じく数としての意味づけを行い, 「代数学の基本定理」をしめしてい

る．つまり, n 次方程式には，（重複度をこめて）n 個の（複素数）解が存在する．ガウスは, 3 つの証明を与えている．ガウスは, 素数の分布について研究し, 現在素数定理呼ばれる関係式 $\pi(x)$ ($\pi(x)$ は x 以下の素数の個数を意味する) が漸近的に $\dfrac{x}{\log x}$ に等しいことの証明を試みたが, 最終的にリーマンにより, よりよい近似関係式が証明された.

(8) (リーマンについて)
(9) (暗号理論について)

参考文献

(1) 足立恒雄, ガロア理論講義, 日本評論社
(2) 足立恒雄, フェルマーの大定理, ちくま学芸文庫
(3) 黒川重信, オイラー、リーマン、ラマヌジャン, 岩波科学ライブラリー
(4) 黒川重信, 小山信也, リーマン予想のこれまでとこれから, 日本評論社
(5) S.G. ギンティン/三浦伸夫, ガウスが切り開いた道, シュプリンガー・フェアラーク東京
(6) 高瀬正仁, ガウスの遺産と継承者達, 海鳴社
(7) カール・フリードリヒ ガウス, 高瀬 正仁訳, ガウス整数論, 朝倉書店
(8) John Derbyshire/松浦俊輔, 代数に惹かれた数学者たち, 日経 BP
(9) John Derbyshire/松浦俊輔, 素数に憑かれた人たち, 日経 BP
(10) Julian Havil,/松浦俊輔, 無理数の話, 青土社
(11) Daniel Duverney/塩川宇賢, 数論, 森北出版
(12) R. クーラント・H. ロビンズ/森口繁一, 数学とは何か, 岩波書店
(13) 倉田令二朗, ガウス円分方程式論, 河合ブックレット
(14) クライン/石井省吾・渡辺弘, 19 世紀の数学, 共立出版
(15) D.C. ベンソン/柳井浩, 数学へのいざない上・下, 朝倉書店
(16) ベンジャミン・ファイン・ゲールハルト・ローゼンバーガー/新妻弘, 代数学の基本定理, 共立出版
(17) サイモン・シン, 青木薫訳, フェルマーの最終定理, 新潮社
(18) サイモン・シン, 青木薫訳, 暗号解読　上・下, 新潮社.
(19) J. J. Tattersall, 小松尚夫訳, 初等整数論 9 章, 森北出版, 2008.
(20) 西岡久美子, 超越数とは何か, 講談社 (ブルーバックス)、2015.
(21) 吉田洋一郎, 零の発見, 岩波書店

2. 幾何学・代数学

分野	教科書	内容	数学者	コメント
幾何及び代数	数学 I	・三角比 ・正弦定理 ・余弦定理 ・図形の計量	ヒポクラテス (BC460 年頃) アンティフォン (BC430 年頃) アルキュタス (BC400 年頃) メナイクモ (BC350 年頃)	ギリシャ3 大問題に取り組む: ・円積問題 (円の面積と等しい正方形を作る) ・立方体問題 (1 つの立方体の 2 倍の体積の 立方体を作る)
	数学 A	三角形 円 多面体 作図問題	ヒッピアス (BC460 年頃) アポロニウス (BC260?-185?)	・任意の角を三等分する. ・「円錐曲線論」 楕円, 双曲線, 放物線の研究
	数学 II	図形と方程式 ・点と直線 ・円の方程式 ・軌跡と領域	ピタゴラス (BC560?-480?) ユークリッド (BC330?-275?) アルキメデス (BC287?-217?)	・ピタゴラスの定理, ピタゴラス派 ・「ユークリッド原論」聖書の次に 読まれている世界的ベストセラー ・「円の測定」円周率の近似値, 球の体積, 表面積を求める.
	数学 B	平面ベクトル 空間ベクトル	ヒッパルコス (BC190?-120?)	・ギリシャ最大の天文学者 sin の定義と正弦表の作成
	数学 III	複素数平面 2 次曲線 極座標	プトレマイオス (BC150?)	・「アルマゲスト」: sin の加法定理
			9 世紀のアラビア	$\cos, \tan, \cot, \sec, \mathrm{cosec}$ の定義 三角関数の基本関係式:$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha$ 等
			フェルマー (1601-1665) デカルト (1596-1650)	解析幾何学 (座標幾何学) 「幾何学」:座標の導入
			オイラー (1707-1783)	「無限解析」:オイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$. オイラーの多面体定理
			ガウス (1777-1855)	複素数平面 曲面論の研究, 曲率 微分幾何の磁石
			ハミルトン (1805-1865) グラスマン (1809-1877) ケーリー (1821-1895)	四元数 ・グラスマン代数 n 次元アファイン幾何学の創設 「線形変換論」「行列論」 線形代数の成立に貢献

コメント

(1) (円積問題）円が与えられたとき, それと同じ面積をもつ正方形を作図せよ.
(2) (立方体倍積問題）与えられた立方体の 2 倍の体積をもつ立方体の一辺を作図せよ.
(3) (角の 3 等分問題）任意に角度が与えられたとき, その角度を 3 等分せよ.

は, 一定の条件の下でコンパスと定規で作図できるかというギリシャの 3 大作図不可能問題と呼ばれたもので, 19 世紀末になって現代数学 (或いは, 近代数学）の知識を用いてようやく解決に至った.

もちろん, 特殊な器具を用いれば作図することはできることは, 古代ギリシアで示されている.

作図できるとは, 求める長さの線分等を切り取ることができるかどうかであるので, 数の問題に置き換えることができる. 例えば, $n \in \mathbb{N}$ が平方数でない自然数であるとき, $\sqrt{n}$ は無理数ではあるが, ピタゴラスの定理を繰り返し用いればコンパスと定規で切り取ることはできることがわかる.

このように表せる「数」は, 「代数的数」という性質を持つ数の集合に含まれる.

ここで, a が, 代数的数とは, 多項式 $\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \cdots + \alpha_n x^n$ ($\alpha_0, \ldots, \alpha_n$ は整数) の零点になるときをいう. つまり,

$$\alpha_0 + \alpha_1 a + \alpha_2 a^2 + \cdots + \alpha_n a^n = 0.$$

「作図可能な数」は, 代数的数になることが 19 世紀に開発された「体」という概念を用いて解決される. (しかし, 代数的数は必ずしも作図可能ではない.)

ところで, 全ての「数」が代数的数であるかというと, そうではない数があることが 19 世紀に示された. そのような数を「超越数」という.

「超越数」の典型的な例は, π や e である.

(1) (エルミート, 1873 年）自然体数の底 e は超越数である.
(2) (リンデマン, 1882 年) 円周率 π は超越数である.

π が超越数であるので, $\sqrt{\pi}$ も超越数になる. よって, 与えられた円と同じ面積をもつ正方形は作図できないことが証明できる.

他の 2 つの問題は, 上記の「体」の拡大理論の考察から示される.

参考文献

(1) デカルト, 谷川多佳子訳, 方法序説, 岩波書店
(2) デカルト, 原 亨吉訳, 幾何学, ちくま学芸文庫
(3) プラトン, 田中美知太郎訳, テアイテトス, 岩波書店
(4) 津田丈夫, 不可能の証明, 共立出版
(5) 100 人の数学者, 数学セミナー, 日本評論社
(6) R. クーラント・H. ロビンズ/森口繁一, 数学とは何か, 岩波書店
(7) J.H. コンウエィ他, 根上生也, 丸善書店, 2012.
(8) 堀源一郎, ハミルトンと四元数, 海鳴社

3. 解析学

分野	教科書	内容	数学者	コメント
解析	数学 I	2 次関数	アルキメデス (BC287?-217?)	積分の萌芽 取り尽くし法
	数学 II	三角関数 指数関数 対数関数 微分係数/導関数 不定積分/定積分/面積	フィボナッチ (1170-1250) ニコラ・オレーム (1330-1382) ネイピア (1550-1617)	フィボナッチ数列 グラフの考察 対数を定義, e
			フェルマー (1601-1665) デカルト (1596-1650)	微分の萌芽
	数学 B	数列	ニュートン (1642-1727) ライプニッツ (1646-1716)	初期微分・積分の定式化 「プリンキピア」 関数という言葉を定義
	数学 III	分数関数 無理関数 極限 (初等関数の) 導関数 (初等関数の) 不定積分 導関数の応用 定積分の応用	オイラー (1707-1783) ラグランジェ(1736-1814)	「無限解析」 $f(x)$ の記号を使用 「解析関数論」 関数の概念を提出
			フーリエ (1768-1830) コーシー (1789-1857) ジョージ・クリスタル (1851-1910) アーベル (1802-1829) アダマール (1865-1963)	「熱の解析的理論」 三角級数論, フーリエ変換 「解析教程」 近代解析学の父 現代的関数の定義 議論の厳密化 (ε-δ 論法) 関数のグラフを最初に用いる べき級数の収束についての研究 級数の収束半径 素数定理の完全証明

参考文献

(1) 岡本久, 長岡亮介, 関数とは何か, 近代科学社, 2014.
(2) D.C. ベンソン/柳井浩, 数学へのいざない上・下, 朝倉書店
(3) 志賀浩二, 数学の流れ 30 講上・中, 朝倉書店
(4) 100 人の数学者, 数学セミナー, 日本評論社
(5) 一松信, コーシー 近代解析学への道, 現代数学社
(6) T.W. ケルナー/高橋陽一郎, フーリエ解析大全上・下, 朝倉書店
(7) オイラー/高瀬正仁, オイラーの無限解析, 海鳴社
(8) 高瀬正仁, 微分積分学の誕生, SB クリエイティブ , 2015.
(9) ペートル・ベックマン/田尾陽一・清水韶光, π の歴史, ちくま学芸文庫

4. 確率解析学・統計学

分野	教科書	内容	数学者	コメント
確率・統計	数学 A	場合の数 確率	パスカル (1623-1662) フェルマー (1601-1665) 条件付き確率	確率の萌芽
	数学 B		ラプラス (1749-1827)	古典確率 (有限）の集大成
		確率変数	ガウス (1777-1855)	正規分布の研究
		確率分布		
		期待値, 分散	ウイリアム・プレイフェア (1759-1823)	最初の統計的グラフ
		標準分散		
		2 項分布	ナイチンゲール (1820-1910)	医療統計グラフの先駆者
		正規分布	ゴルトン (1822-1911)	生物統計学
		標本平均		回帰直線、相関係数の概念導入
		推定	ピアソン (1857-1936)	記述統計学
			コルモゴロフ (1903-1987)	近代（公理論的）確率論の確立
	数学 I	データ分析	フィシャー (1890-1962)	推測統計学、現代統計学の確立
		共分散・標準偏差	シャノン (1916-2001)	情報理論の数学的基礎

参考文献

(1) Josef Mazur/松浦俊輔, 数学と論理をめぐる不思議な冒険, 日経 BP 社
(2) 小谷真一, 測度と確率, 岩波書店
(3) クロード・E・シャノン, ワレン・ウィーバー, 松坂友彦訳, 通信の数学的理論, ちくま学芸文庫
(4) ジェイムズ・グリック, 楡井浩一訳, インフォーメーション 情報技術の人類史, 新潮社
(5) ピエール・ブレモー/向井久・釜江哲朗, モデルで学ぶ確率入門, シュプリンガー・フェアラーク東京
(6) 西尾真喜子, 確率論, 実教出版
(7) 蓑谷千凰彦, 統計学のはなし, 東京図書
(8) 蓑谷千凰彦, 検定と推定のはなし, 東京図書

5. 数学基礎論

分野	教科書	内容	数学者	コメント
集合・命題	数学 A	命題と条件 逆・裏・対偶	タレス (BC624?-BC546?) アリストテレス (BC384-BC322)	ギリシャ最初の数学者 「形而上学」 論理学を研究、二律背反を排除
			カントール (1845-1918) デテキント (1831-1916) ブール (1815-1864)	集合論の創設者 実数の構成（デテキントの分割) 論理学の代数化
			フレーゲ (1848-1925) ラッセル (1872-1970)	カントールの集合論に 二律背反を含んでいる事を指摘
			ツェルメロ (1871-1953)	公理論的集合論 選択公理を提唱. 集合論における逆理の排除に努力

参考文献

(1) Josef Mazur/松浦俊輔, 数学と論理をめぐる不思議な冒険, 日経 BP 社
(2) B. Artmann/大矢建正, 数学の創造者 (ユークリッドの原論の数学), シュプリンガー・フェアラーク東京.
(3) アリストテレス/出 隆, 形而上学 上下, 岩波書店
(4) 田中尚夫, 選択公理と数学, 遊星社
(5) ハインツ・ティーター・エイビングハウス/成木勇夫, 数上・下, シュプリンガー・フェアラーク東京
(6) 砂田利一, バナッハタルスキーの逆理, 岩波科学ライブラリー
(7) ジェイムス・D・スタイン, 熊谷・田沢・松井訳, 不可能, 不確定, 不完全, 早川書房

その他の参考文献

(1) 笠原乾吉・杉浦光男, 20 世紀の数学, 日本評論社
(2) 塩川宇賢, 無理数と超越数, 森北出版
(3) ジョン・タバク/松浦俊輔, はじめからの数学 1～5 代数学, 青土社.
(4) 中村亨, 数学 21 世紀の 7 大難問, 講談社 (ブルーバックス), 2004.
(5) 西浦康政, 越境する数学, 岩波書店