

# 放射型空間的相互作用モデルについて

## —日本の流動データを利用したグラビティ・モデルとの比較—

中 谷 友 樹

### I. はじめに： グラビティ・モデルと放射モデル

空間的相互作用モデルは、空間的流動に着目した地域間の動的な相互関係のモデルである。空間的流動は様々なスケールでの地域変化と密接に関連しており、例えば人口移動は地域人口の社会構成を、通勤通学流動は地域間の機能的関連や情報・感染症の空間的伝播を基礎づける。これら多様な流動現象には、Ravenstein<sup>1)</sup>の人口移動に対する観察を嚆矢として、距離低減性などの規則性の存在が古くから指摘されてきた。地理学における計量革命が進行する場面では、個性記述的な地誌的記載から普遍的な空間的規則の探究が強調され、その中で流動現象の規則性を数式によって提示したグラビティ・モデルは、「普遍的」な空間的モデルの代表として脚光を浴びることとなった<sup>2)</sup>。

万有引力方程式のアナロジーから定式化されたこのモデルは、重力モデルあるいは引力モデルともしばしば訳され、現在でも最もポピュラーな空間的相互作用モデルである。それは以下のように示される。

$$T_{ij} = \kappa \frac{n_i^{\alpha_1} n_j^{\alpha_2}}{d_{ij}^{\beta}} \quad (1)$$

ここで、 $T_{ij}$ は発地*i*着地*j*間の流動量、 $n_i$ は地域*i*の規模（典型的には人口）、 $d_{ij}$ は地域*ij*間の距離（発着地間で対称でなくてもよい）である。また、モデル中の係数 $\kappa$ 、 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\beta$ は推定されるべきパラメータであるが、万有引力のアナロジーから導かれる $\alpha_1=\alpha_2=1$ 、 $\beta=2$ に固定されて運用されることもある。流動現象の種類によっては、発地および着地の規模変数は異なる指標に置き換えられる（例えば通勤流動であれば、雇用機会として従業者の総数、買物流動であれば売場面積などである）。また、距離低減性に相当する距離のべき乗関数は、指数関数 $\exp(-\beta d_{ij})$ などの他の関数型で定式化されることも多い。

グラビティ・モデルには様々な拡張がなされてきたが、いわゆる発生制約型モデルとして、着地の選択確率を定式化する次の形式のモデルは、離散選択モデルとの形式的な対応もあって、広く利用されている。

$$T_{ij} = T_i \frac{n_j^{\alpha} d_{ij}^{-\beta}}{\sum_k n_k^{\alpha} d_{ik}^{-\beta}} \quad (2)$$

ここで $T_i$ は地域*i*で発生する全流動量であり、規模の変数は活動機会の大きさ、あるいは着地固有の魅力度の指標である。

これらの古典的モデルについては、多くの批判的考察がなされてきたが、古くはA. Wilsonの著名なエントロピー最大化原理による導出<sup>3)</sup>をもって、当該のモデルが基礎づけられたとの見解が広く共有され、集計的な地域間流動をモデル化する空間的相互作用モデルの多くは、このグラビティ・モデルの拡張によって特徴づけられる。

しかし、近年になって流動現象の大規模な資料を分析する中で、空間構造、すなわち全体的な地域単位の空間的配列が、地域間の流動現象を説明する上で欠かせないとの状況が再確認され、新たな「普遍的」モデルとして物理学の放射・吸着過程を模した放射モデル Radiation model が提案された<sup>4)</sup>。このモデルは、発生制約型のモデルとして導出されており、次のように示される。

$$T_{ij} = T_i \frac{n_i n_j}{(n_i + s_{ij})(n_i + n_j + s_{ij})} \quad (3)$$

ここで、 $s_{ij}$  は、発地  $i$  の回りにある地域で、着地  $j$  よりも近い地域の規模変数の合計である ( $I$  は指標変数であり、 $d_{ik} < d_{ij}$  であれば1、そうでなければ0をとる)。

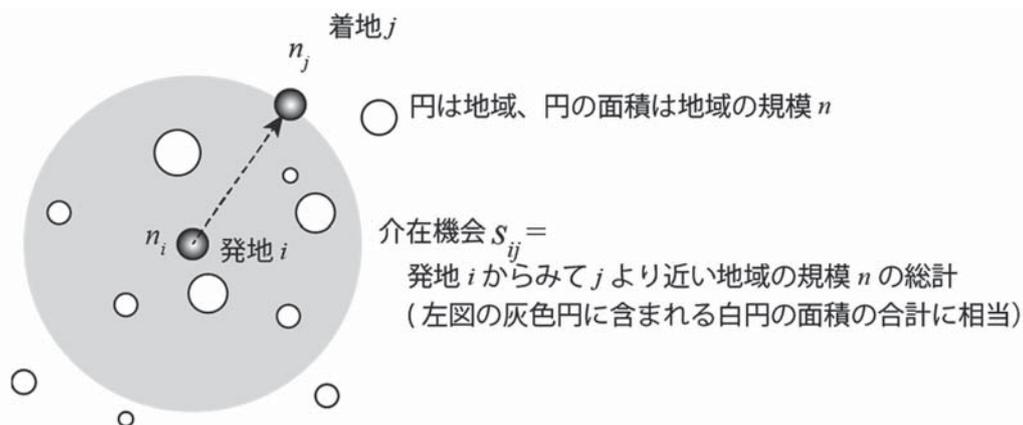
$$s_{ij} = \sum_{k \neq i} n_k I(d_{ik} < d_{ij}) \quad (4)$$

$s_{ij}$  は、いわゆる介入機会 intervening opportunity として知られている指標と基本的に同等である(第1図)。この  $s_{ij}$  を式(2)の距離変数の代わりに用いるモデルは、Stoufferの介入機会モデルと知られている<sup>5)</sup>。また、 $n_i$  を発地の人口とみなし、人口あたりの流動発生量の係数を  $\delta$  とした場合には、古典的グラビティ・モデルと同様に、流動の発生量・吸収量ともに制約をつけない次のような形式で、放射モデルを示すこともできる。

$$T_{ij} = \delta \frac{n_i^2 n_j}{(n_i + s_{ij})(n_i + n_j + s_{ij})} \quad (5)$$

ここで式(3)の  $T_i$  および式(5)の  $\delta$  を所与の変数と考えれば、いずれの式も統計学的に推定すべき(自由)パラメーターが1つも存在しない点特徴的である。

放射モデルの提唱者である Simini 等は、このパラメーター・フリーである放射モデルが、通勤流動・人口移動・地域間通話量等の様々な大規模地域間流動データに対して、既存のパラメーターを含むグラビティ・モデルより優れた説明力を示すと報告した<sup>6)</sup>。その結果を受けて、交通モデルや空間的感染症モデルなど、空間的相互作用モデルの応用可能性に着目する研究領域における、放射モデルへの関心は高い<sup>7)</sup>。本稿では、この放射モデルの導出過程を整理するとともに、日本の比較的小規模な流動データに対する妥当性を古典的グラビティ・モデルとの比較を通して検討した上で、放射モデルの意義と課題を考察する。



第1図 放射モデルの変数

## II. 放射モデルの導出

Simini 等による放射モデルの導出は、物理学の吸放出過程に着想を得て、移動者の移動先選択過程をモデル化したものである<sup>8)</sup>。ここでは、まず移動目的に照らして、移動者が評価する「ある状態」を1次元の量で単純化して考える。例えば、通勤流動であれば、雇用による賃金や労働条件などを総合化した雇用の魅力度の量のようなものである。この量を、ここでは活動水準と呼ぶことにしたい。基本的な前提としては、移動する個人は、現在居住している地域*i*での活動水準より、他の地域で得られる活動水準がよりよいのであれば、移動を決定する。ただし、この意思決定を自分の居住地域から近い順に探索すると考える。

より厳密な導出は、以下のように3つの段階によって整理される。

- (1) 発地*i*から地域外へと移動する個人*X*（放出される粒子に相当）それぞれについて、 $z_{x(i)}$ という地域*i*で得られる活動水準（粒子の吸着閾値に相当）を定義する。この $z_{x(i)}$ は、連続的な $z$ の確率分布（確率分布密度を $p(z)$ とする）の中から、ランダムに $n_i$ 回抜き出された時の最大値で決まると定義する。これは、現在の*X*が従事あるいは享受している活動水準ともみなせる。ここで、 $p(z)$ は様々な活動水準 $z$ の社会的分布に相当し、発地の規模 $n_i$ が大きいほど多様な活動水準の中から選択が可能であるがために、 $z_{x(i)}$ は大きな値になりやすい。
- (2) 発地*i*の周囲にある地域*j*は、それぞれ個人*X*に対して $z_{x(j)}$ という活動水準を提示する。これは、再び活動水準 $z$ の分布から、ランダムに $n_j$ 回抜き出された時の最大値と定義する。その結果、規模が大きい地域ほど、多様な活動水準の選択肢を提示可能であり、その中で最もよい選択肢の活動水準が、 $z_{x(j)}$ と理解できる。
- (3) 発地*i*から移動する個人*X*は、 $z_{x(i)} < z_{x(j)}$ となる最も近い地域*j*を選択すると考える。すなわち、発地から近い順に $z_{x(j)}$ を調べ、はじめて $z_{x(i)} < z_{x(j)}$ が成立する地域を、移動先として選択する。これは、最も近くにある、よりよい活動水準を提供できる地域を移動先として選択するという原理を定義したものである。

これらの前提に基づき、(a) 移動者が発地*i*で $z$ という活動水準を得ている確率、(b) 着地*j*に至るまでに、この $z$ を上回る活動状態が提供されない確率、(c) 着地*j*に至って $z$ を超える活動状態が提示される確率を、それぞれ $P_{n_i}(z)$ 、 $P_{s_{ij}}(< z)$ 、 $P_{n_j}(> z)$ とすると、ある一人の移動者が、発地*i*から着地*j*に（途中で別の移動先を決定することなく）移動する確率 $Q_{ij}(n_i, n_j, s_{ij})$ は、以下のように導出される。

$$Q_{ij}(n_i, n_j, s_{ij}) = \int_0^{\infty} P_{n_i}(z) P_{s_{ij}}(< z) P_{n_j}(> z) dz \quad (6)$$

積分要素の3つの確率項のそれぞれは、 $z$ までの下側累積確率 $p(< z)$ を利用して、次のように示すことができる。

$$P_{n_i}(z) = n_i p(< z)^{n_i-1} \frac{dp(< z)}{dz} \quad (7)$$

$$P_{s_{ij}}(< z) = p(< z)^{s_{ij}} \quad (8)$$

$$P_{n_j}(> z) = 1 - p(< z)^{n_j} \quad (9)$$

まず、(7) 式は  $n_i$  回の試行によって  $z$  が最大値となる確率を示し、 $n_i-1$  回は  $z$  以下で、1 回は  $z$  が得られる状況を計算する。なお、確率分布密度  $p(z)$  は、累積確率分布  $p(<z)$  を用いて  $dp(<z)/dz$  と示せる。次に、発地  $i$  から  $j$  に至るまでの各地域  $k$  で、 $n_k$  回  $p(z)$  から値が抽出されるが、全ての  $k$  で合計  $s_{ij}$  回の抽出がなされる。この抽出の全てにおいて常に  $z$  以下の活動水準の値しか抽出されない確率を (8) 式で示している。最後の式 (9) は、 $n_j$  回の活動状態の抽出において 1 回以上は  $z$  を上回る確率である。

以上の式 (7)~(9) を式 (6) に代入し、定積分を計算すると、最終的に  $p(z)$  の具体的内容とは無関係な以下の式を得る。

$$\begin{aligned} Q_{ij}(n_i, n_j, s_{ij}) &= n_i \int_0^1 p(<z)^{n_i-1} p(<z)^{s_{ij}} (1-p(<z))^{n_j} dp(<z) \\ &= n_i \int_0^1 \left[ p(<z)^{n_i+s_{ij}-1} - p(<z)^{n_i+n_j+s_{ij}-1} \right] dp(<z) \\ &= n_i \left[ \frac{1}{n_i+s_{ij}} - \frac{1}{n_i+n_j+s_{ij}} \right] \quad (10) \\ &= \frac{n_i n_j}{(n_i+s_{ij})(n_i+n_j+s_{ij})} \end{aligned}$$

この結果、地域  $i$  で発生する地域外への移動者の分布は、 $Q_{ij}$  に基づいた多項分布で得られるため、地域  $ij$  間の流動量は、2 項分布に従う統計モデルとして定式化できる。この場合、地域間流動量の期待値  $E[T_{ij}]$  として、式 (3) と同等なモデル式が得られる。

$$E[T_{ij}] = T_i Q_{ij}(n_i, n_j, s_{ij}) = T_i \frac{n_i n_j}{(n_i+s_{ij})(n_i+n_j+s_{ij})} \quad (11)$$

流動量が多く、かつ  $Q_{ij}$  が十分小さい場合が多いと仮定すれば、従来の空間的相互作用モデル研究で多用されてきたようにポアソン分布近似を利用してもよい<sup>9)</sup>。

$$T_{ij} \sim \text{Poisson} \left[ T_i Q_{ij}(n_i, n_j, s_{ij}) \right] \quad (12)$$

ところで、このモデルは導出過程から明らかなように、式 (2) と同様に着地の選択モデルであり、そのためには任意の  $i$  に対して、次の関係が想定されている。

$$\sum_{j \neq i} Q_{ij}(n_i, n_j, s_{ij}) = 1 \quad (13)$$

ただし、この関係は近似的にのみ成立するものであり、有限の地域データに対しては、全地域の  $n_i$  の合計を  $n_{all}$  ( $=\sum_i n_i$ ) として、 $Q_{ij}$  の合計  $B_i$  は、次のように計算できる。

$$\begin{aligned} B_i &\equiv \sum_{j \neq i} Q_{ij}(n_i, n_j, s_{ij}) \\ &= \sum_{j \neq i} n_i \left[ \frac{1}{n_i+s_{ij}} - \frac{1}{n_i+n_j+s_{ij}} \right] \quad (14) \\ &= n_i \left[ \frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{all}} \right] \\ &= 1 - \frac{n_i}{n_{all}} \end{aligned}$$

多数の地区に分割される大規模なデータセットであれば、1つの地区が全地域に対して占める地域規模（例えば人口）の割合  $n_i/n_{all}$  は十分小さいと見込めるため、式 (11) でも実質的に式 (13) の制約は満たされる。しかし、地区の規模分布は順位規模法則で知られるように不均一であり、一部の地域の規模が全体で大きな割合を占める場合も多く、流動データが有限なサイズである場合、一般的には式 (14) の制約式を満たさすために、次のような有限調整を行う必要がある。

$$\begin{aligned} E[T_{ij}] &= T_i \tilde{Q}_{ij}(n_i, n_j, s_{ij}) \\ &= T_i \frac{1}{B_i} Q_{ij}(n_i, n_j, s_{ij}) \\ &= T_i \frac{1}{1 - \frac{n_i}{n_{all}}} \frac{n_i n_j}{(n_i + s_{ij})(n_i + n_j + s_{ij})} \end{aligned} \quad (15)$$

したがって、Masucci 等が示したように、地域数の比較的少ないデータセットであれば、一般的には式 (3) あるいは (11) に代えて、以下の有限調整を行った放射モデルの利用が推奨される<sup>10)</sup>。

$$E[T_{ij}] = T_i \frac{n_{all}}{n_{all} - n_i} \frac{n_i n_j}{(n_i + s_{ij})(n_i + n_j + s_{ij})} \quad (16)$$

### Ⅲ. 日本の地域間流動データへの適用

これまで、Simini 等による米国 3,141 郡間の通勤流動<sup>11)</sup>をはじめ、Masucci 等では英国イングランド・ウェールズの 535 都市間の通勤流動<sup>12)</sup> など、放射モデルの適合度を検証した研究事例が報告されている。ここでは、より小規模なデータセットでの事例を、日本の 2 つの流動データ（47 都道府県間の人口移動および茨城県 44 市町村間の通勤流動データ）を利用して示す。いずれの流動データも 2010 年国勢調査から得た。

従来、古典的な無制約のグラビティ・モデルが放射モデルと比較されてきたが、その導出過程からも明らかなように放射モデルは発生制約型のモデルと理解できる。そこで、本稿では、式 (1) の無制約型のグラビティ・モデルとともに、式 (2) で示される、発生制約型のグラビティ・モデルと放射モデルとの比較をはかる。パラメータによる調整を必要としない「普遍性」を吟味するために、発生制約型グラビティ・モデルでは、パラメータ  $\alpha$ 、 $\beta$  について事前に値を固定するケースも検討する。整理すると、ここで比較するモデルは以下の 4 種類である。

放射モデル（式 (16) で示される有限調整を行ったもの）

発生制約型グラビティ・モデル I（ただし、 $\alpha = 1$ 、 $\beta = 2$  に固定）

発生制約型グラビティ・モデル II（ $\alpha = 1$  は固定、 $\beta$  は推定）

発生制約型グラビティ・モデル III（ $\alpha$  および  $\beta$  は推定）

なお、発生制約型グラビティ・モデルでは、発地のダミー変数を利用したポアソン回帰モデルによってパラメータの推定値を得る。

地域（着地）の規模である  $n_j$  は、通勤データについては従業地に基づく 15 歳以上の就業者総数（従業者数）、人口移動データについては総人口を利用した。なお、人口移動は 5 年前の居住地を問う設問の回答から得られる 2005 年から 2010 年にかけての居住地移動を示すことになるため、地域（着

地)の規模を示す総人口には、期首となる2005年の総人口を利用した。

放射モデルは、推定すべきパラメータをもたないため、統計学的なモデル・フィッティングのための処理を必要としない。適合度の評価にあたっては、 $T_{ij}$ についてモデルによる予測値と観測値との間に、2項分布あるいはポアソン分布の誤差を仮定すれば、尤度に関する適合度統計量を定義できる。本研究では、ポアソン分布を仮定し、適合度の基準値を得るために、次のような着地選択確率がすべて同一な発地制約型モデルを帰無モデルと定義した。

$$T_{ij} \sim \text{Poisson} \left[ T_i \frac{1}{K} \right] \quad (17)$$

ここで、この帰無モデルの逸脱度を  $D_0$ 、放射モデルないし発生制約型グラビティ・モデルの逸脱度を  $D_1$  として、疑似決定係数に相当する逸脱度説明率  $Pdev$  を定義する。

$$Pdev = 1 - \frac{D_1}{D_0} \quad (18)$$

あわせて、利用頻度の高い適合度の診断法として、(10以上の流動量が観測される発着地間の組み合わせに対し)観測値と予測値のそれぞれを対数化した上で、決定係数  $R^2$  を求めることにした。 $R^2$  および  $Pdev$  はともに、0から1の値域を持ち、当てはめたモデルの適合度が優れるほど大きな値をとる(1に近づく)。

これら4つのモデルの適合度指標および推定されたパラメータ値を、全国都道府県間人口移動データについては表1に、茨城県の市区町村間通勤流動については表2に整理した。

人口移動データへの適用結果(表1)についてみると、いずれのモデルも決定係数でみる限り、適合度指標は良好であるが、とくに発生制約型グラビティ・モデルIIIは適合度に優れる。距離低減パラメータ  $\beta$  を事後的に推定すると、これが2.0に近いこともあり、事前にパラメータを2.0に固定した発生制約型グラビティ・モデルIであっても、放射モデルより適合度は良好である。 $Pdev$  でみると、放射モデルの適合度は著しく低い。観測値とモデルによる予測値の散布図である第2図から、放射モデルによっておおよその流動規模は予測されているものの、発生制約型グラビティ・モデルより観測データとのずれが大きいことを確認できる。全体的に過小推計気味だが、とくに中程度の流動(1,000人から10,000人オーダー)では過大な推計も多い。放射モデルによる予測流動と実際の流動の分布図を示した第3図からは、実際の流動では規模の大きな地域への流動が全国的に卓越しているものの、放射モデルはこれを適切に捉えておらず、比較的近距离の流動を過大に、比較的長距離間の大規模な中心的地域へ向かう流動規模を過小に予測していることが分かる。

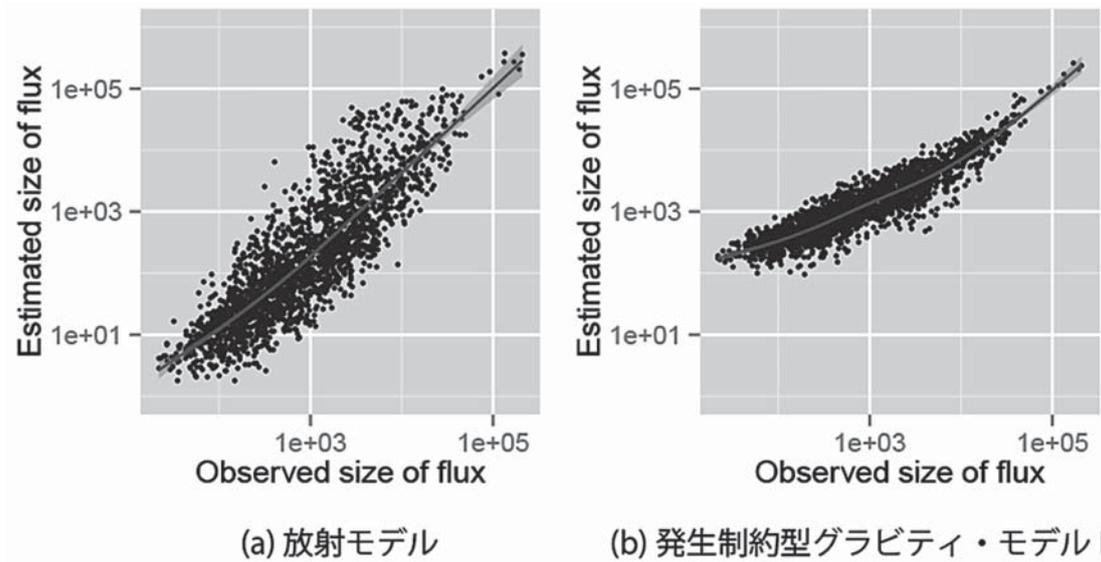
通勤データへの適用結果(表2)についてみても、パラメータの推定を伴うグラビティ・モデルの適合度が最も高いものの、放射モデルの適合度は全体的に良好である。とくに、 $\beta$  が5.0を上回るほど強い低減性が推定される流動であるため、事前に距離低減性パラメータ  $\beta$  を2.0に固定したグラビ

表1 都道府県間の人口移動データに対する空間的相互作用モデルの適用結果

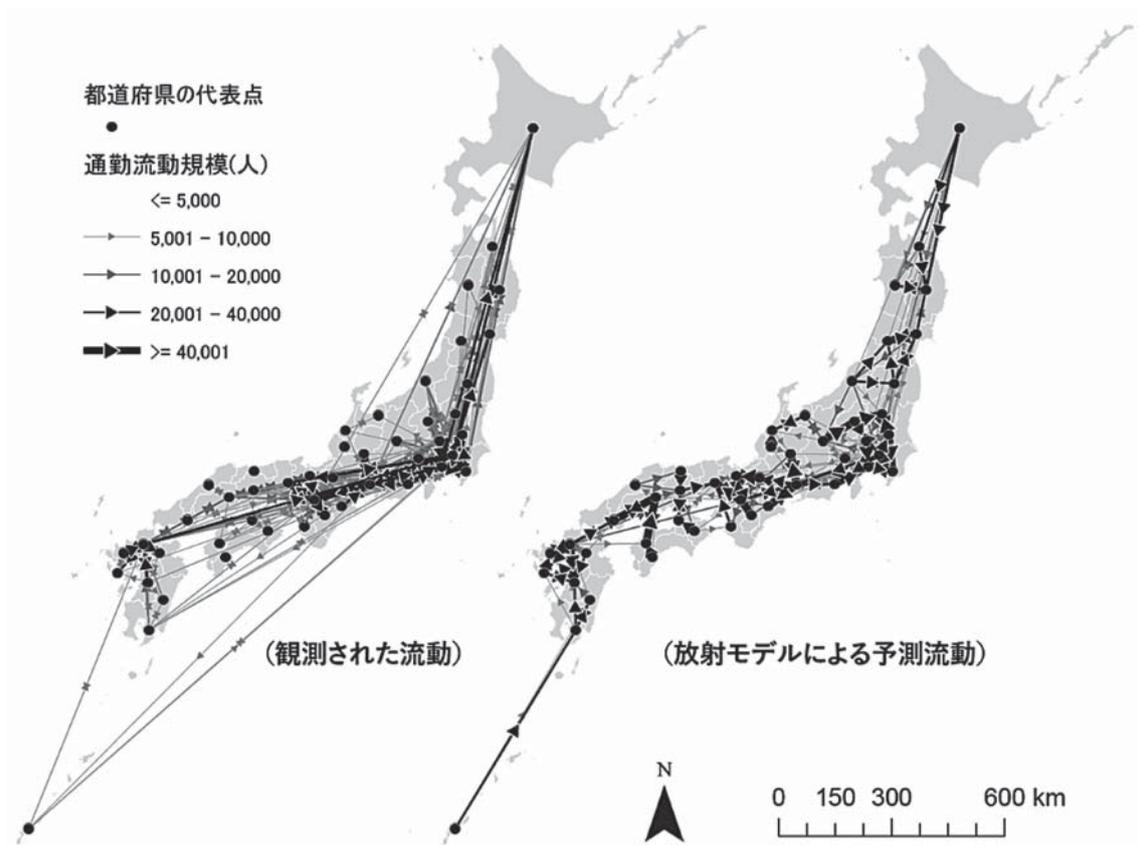
モデル	$R^2$	$Pdev$	$\alpha$ (標準誤差)	$\beta$ (標準誤差)
放射モデル	0.75	0.23	- ( - )	- ( - )
グラビティ・モデル I	0.77	0.76	1.00 ( - )	2.00 ( - )
グラビティ・モデル II	0.77	0.76	1.00 ( - )	2.12 ( 0.04 )
グラビティ・モデル III	0.84	0.87	2.30 ( 0.03 )	1.85 ( 0.03 )

表 2 茨城県市区町村の通勤流動データに対する空間的相互作用モデルの適用結果

モデル	$R^2$	$Pdev$	$\alpha$ (標準誤差)	$\beta$ (標準誤差)
放射モデル	0.67	0.73	- ( - )	- ( - )
グラビティ・モデル I	0.48	0.55	1.00 ( - )	2.00 ( - )
グラビティ・モデル II	0.75	0.81	1.00 ( - )	5.63 ( 0.09 )
グラビティ・モデル III	0.81	0.88	2.43 ( 0.05 )	5.86 ( 0.07 )

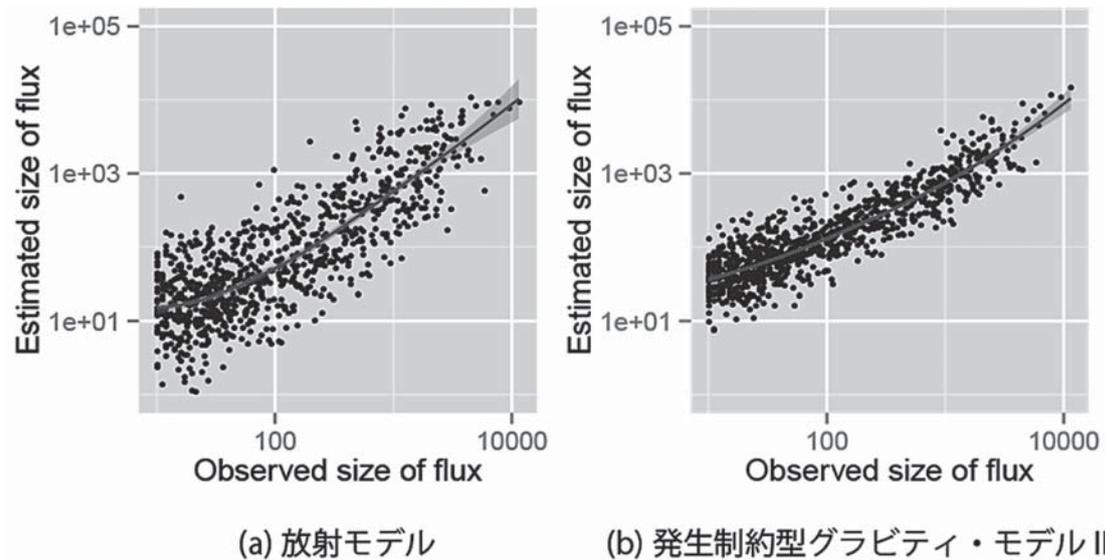


第 2 図 都道府県間の人口移動データに対する放射モデルと発生制約型グラビティ・モデル (モデル III) の適合状況の比較  
横軸： 観測流動の規模、 縦軸： モデルによる予測流動の規模



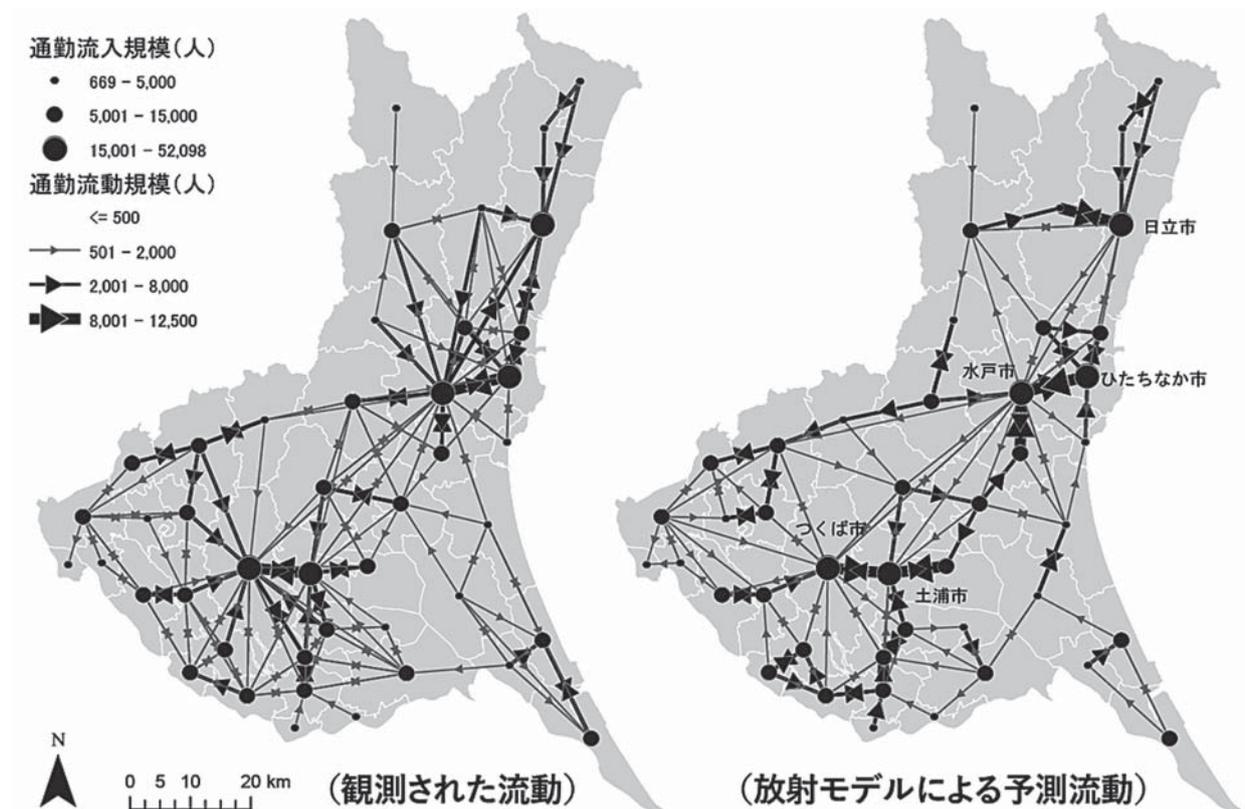
第 3 図 都道府県間の人口移動の流動分布図 (観測値と放射モデルの比較)

ティ・モデル I の適合度は著しく低い。放射モデルと重力モデル III の適合状況を比較した第 4 図および放射モデルによる予測流動と観測値を比較する分布図（第 5 図）からは、放射モデルがおおよその流動規模を的確に予測しているものの、やはり中心性の高い（規模の大きい）地域への流動を過小に予測する傾向が確認できる。



第 4 図 茨城県市区町村間の通勤流動データに対する放射モデルと発生制約型重力モデル（モデル III）の適合状況の比較

横軸： 観測流動の規模、 縦軸： モデルによる予測流動の規模



第 5 図 茨城県市区町村間の通勤流動の流動分布図（観測値と放射モデルの比較）

以上の結果より、人口移動、通勤流動のいずれの場合でも、放射モデルは、全体的な流動分布を推定してはいるものの、パラメータ調整を伴う発生制約型グラビティ・モデルより適合度は劣ること、規模の大きな着地に集中する流動現象の特徴が十分にモデルによって予測されていないこと、が分かる。

#### IV. 考察

放射モデルの導出に先立って、Simini 等は、以下6つの古典的グラビティ・モデルの問題を指摘し、これが放射モデルによって解決できると主張した<sup>13)</sup>。

- (i) 理論的導出過程の欠如： 式(1)を導出するアナロジー以上の厳密な基礎がない。
- (ii) 距離低減関数の不確定性： 距離低減関数については、べき関数のほか指数関数など様々な関数形が利用されるが、どれを用いるべきかに関する事前の判断基準がない。
- (iii) 流動データの必要性： パラメータの推定のために流動データが事前に必要であり、流動現象そのものを応用して予測を試みるモデルでは、適当な流動データが得られないことも多い。
- (iv) 空間構造の無視： 式(1)は発着地間の変数のみで地域間流動を予測するが、実際には、他の地域の存在によって流動現象に系統的な変化が生じることが知られている。
- (v) 流動量の制約の欠如： 式(1)では予測された流動発生量が、発地の人口を超えることがあり得る。
- (vi) 決定論的である： 式(1)は確率モデルとして導出されていない。

ただし、現実には空間的相互作用モデルの多くは離散選択モデルとも関係づけられた統計モデルとしても定式化されること、既に議論したように発生制約型をはじめ制約型のモデルも広く運用されていることを考えれば、(i)、(v)、(vi)の批判的論点は、グラビティ・モデルの技術的發展の中で解決済みの論点とみなしうる。

一方で、放射モデルの画期的な点は、批判点の(ii)および(iii)の解決として指摘される通り、その「普遍性」にある。すなわち、同じ形式の数学的モデルによって、あらゆる種類の地域間流動を説明できるという主張である。発生制約型の放射モデルを利用するためには、地域別の流動発生量は事前に必要だが、発着地間の流動量の推定に比べれば、地域別の流動発生量は、人口規模に規定されている面が大きいことから、推定はより容易である。また、放射モデルはその導出上の仮定からも明らかなように、現実的な流動現象に関わる意思決定や制約を大きく単純化・抽象化しているが、それにも関わらず現実の流動現象をよく説明するとされる。そのため、信頼性のある詳細な地域間流動データが得られない状況でも、放射モデルを用いれば現実的な地域間流動の推計が可能と見込まれ、この特性は、地域間流動をサブモデルとする感染症の空間的伝播モデルにおいて、とくに注目を集めている<sup>14)</sup>。

ただし、本稿の簡単な検証事例でもわかるように、放射モデルの妥当性が常に確認できるわけではない。日本の人口移動・通勤流動データに基づく限り、適合度そのものは古典的発生制約型グラビティ・モデルの方が優れている。すなわち、放射モデルのグラビティ・モデルに対する優位性は必ずしも「普遍的」に観察されるものではない<sup>15)</sup>。

もっとも、流動現象の空間的・時間的スケールが全く異なる2つの流動現象（人口移動と通勤流動）

に対して、本研究でも放射モデルはパラメータ調整を含まない1つの式で一定の適合度を達成しており、流動のおおよその規模は的確に予測されていた。これに対して、古典的グラビティ・モデルの場合には少なくとも距離低減性に対応するパラメータ $\beta$ のパラメータ調整がなければ、予測力の一般性は担保されないことは明らかである。また、ここで結果を省略するが、古典的グラビティ・モデルにおいて距離低減関数に指数関数を利用すると、モデルの適合度は放射モデルよりも劣っていた。そのため、グラビティ・モデルに対する批判的論点(ii)について、放射モデルがより望ましいとする主張は、日本のデータでも支持できる。本研究での放射モデルの適合度の低さは、距離低減性よりも(発)着地の規模の効果を適切に捉えておらず、大規模な地域への流動性が過小評価されている点によるところが大きい。そのため、この地域の規模の指標 $n_i$ として何をもちいるべきかの指針について、さらなる検討が必要である。また、当該指標のパラメトリックな調整の可能性も、今後の課題の1つと思われる。

放射モデルにおいていま一つ注目すべき特性は、(i) および (iv) に関係した空間的移動と空間構造の問題について、新たな理論的モデルを提示したことにある。介在機会項 $s_{ij}$ が含まれていることから分かるように、放射モデルは Stouffer の介在機会モデルをその特殊の形態の1つとして導くモデルでもある<sup>16)</sup>。この放射モデルは、移動によって達成される活動水準の変化を、現在居住する地域から近い順番に検討し、満足できる水準であるオファーが見出された時に、移動を決定するという意思決定過程を前提とする。空間的距離で並べられた「決定」「非決定」の2項の選択を繰り返し、一度「決定」が選択された場合には、それ以降の選択は行われぬ。この形式は、いわゆる生存分析あるいは社会科学でイベントヒストリー分析と知られる、時間で序列化された選択のモデルと同型式であり、放射モデルは空間的に序列化された生存分析の特殊な形態にほかならない<sup>17)</sup>。

同様な空間的生存分析としての介在機会モデルは、既に Schneider モデルとして知られてきた<sup>18)</sup>。これに比較すると、放射モデルでは着地の選択にあたって発地の規模が考慮されている点が大きく異なっている。すなわち、発地の規模によって、介在機会の影響が地理的に変動し、発地の規模が大きいほど大きな規模の着地を選択しやすいモデルとなっている。その妥当性の検証や、さらなる拡張を通して、空間的相互作用モデルに関する新たな理論的展開が期待される。なお、この放射モデルは、多様な流動データの解析から空間構造の問題を無視しえないことを確認した最近の他の研究<sup>19)</sup>とも呼応するものであるが、流動に関する意思決定と空間構造の関係を問う上で、演繹的な数理モデリングの果たす有用性を改めて示した点でも意義深い。

## V. 結論

本稿では、地域間の流動を予測する新たな「普遍的」空間的相互作用モデルとして提案された放射モデルについて、その導出過程とスケールの異なる2つの日本の流動データへの適用結果から、同モデルの性質や課題を考察した。放射モデルは、従来の空間的相互作用モデルとは異なる空間的意思決定の過程をモデル化したものであり、数学的な形式も古典的なグラビティ・モデルと異なっている。その有用性と意義は、パラメータ・フリーでありながら現実の地域間流動を予測しようというその特質を活かした応用可能性の高さと、空間構造に影響される空間的相互作用現象についての新たな理論的展開にある。

本研究で実施した日本の通勤・人口移動データを利用した検討では、放射モデルは、従来の発生制約型のグラビティ・モデルに比べ適合度で劣るものであった。そのため、放射モデルの有用性に関する「普遍性」は必ずしも支持されない。ただし、パラメーターによる調整なしに、異なるスケールの流動データに対し同一のモデル式が一定適合する点は確認された。放射モデルの有用性（妥当性）を保証しうる条件や運用法については、さらなる検討が必要である。その一方で、放射モデルの理論からは、空間的相互作用と空間構造に関する新たな理論的見解が提示されており、その理論的な妥当性の検証やさらなる理論的拡張の議論を通して、空間的相互作用モデリング研究の新たな深化が期待される。

#### 付記

本研究の実施にあたっては、RISTEX（社会技術研究開発センター）研究開発プロジェクト「感染症対策における数理モデルを活用した政策形成プロセスの実現」（代表：東京大学 西浦博）による助成を利用した。データ利用・処理にあたっては、安本晋也（立命館大学衣笠研究機構）、永田彰平（ESRI Japan）の両氏に支援頂いた。記して感謝申し上げます。

#### 注

- 1) Ravenstein EG: The Laws of Migration. *Journal of the Statistical Society of London* 48, 1885, pp. 167-235.
- 2) 石川義孝『空間的相互作用モデル—その系譜と体系』地人書房、1988、254頁。
- 3) Wilson AG: A statistical theory of spatial distribution models. *Transportation Research* 1, 1967, pp. 253-269.
- 4) Simini F, González MC, Maritan A, Barabási A-L: A universal model for mobility and migration patterns. *Nature* 484, 2012, pp. 96-100.
- 5) Stouffer SA: Intervening opportunities: a theory relating mobility and distance. *American Sociological Review* 5, 1940, pp. 845-867.
- 6) 前掲1)。
- 7) Rileya S, Eamesb K, Ishamc V, Mollisond D, Trapmanea P: Five challenges for spatial epidemic models. *Epidemics* 10, 2015, pp. 68-71.
- 8) Simini F, González MC, Maritan A, Barabási A-L: Supplementary information for a universal model for mobility and migration patterns. *Nature* 484, 2012.
- 9) Flowerdew R and Aitkin M: A method of fitting the gravity model based on the Poisson distribution. *Journal of Regional Science* 22, 1982, pp. 191-202.
- 10) Masucci AP, Serras J, Johansson A, Batty M: Gravity versus radiation models: on the importance of scale and heterogeneity in commuting flows. *Physical Review E* 88, 2013, pp. 1-8.
- 11) 前掲4)。
- 12) 前掲10)。
- 13) 前掲4)。
- 14) 前掲7)。
- 15) ① 前掲10)、② Wesolowski A, O'Meara WP, Eagle N, Tatem AJ, Buckee CO: Evaluating spatial interaction models for regional mobility in Sub-Saharan Africa. *PLoS Computational Biology* 11, 2015, e1004267.
- 16) Simini F, Maritan A, Neda Z: Human mobility in a continuum approach. *PLoS One* 8, 2013, e60069.
- 17) Yang Y, Herrera C, Eagle N, González MC: Limits of predictability in commuting flows in the absence of data for calibration. *Scientific Reports* 4, 2014, 5662.

- 18) Schneider, M.: Gravity models and trip distribution theory. *Papers in Regional Science* 5, 1959, pp.51-56.
- 19) Noulas A, Scellato S, Lambiotte R, Pontil M, Mascolo C: A tale of many cities: universal patterns in human urban mobility. *PLoS One*.7, 2012, e37027.

(本学文学部教授)

A Note on Radiation-type Spatial Interaction Model:  
Comparison with Constrained Gravity Models Using Japanese Flow Datasets

by  
Tomoki Nakaya

Radiation model without free-parameters to be estimated was recently proposed as a new spatial interaction model using intervening opportunity variable. This article summarises the fundamental concept and mathematical derivation of the model, and then test it with traditional gravity-type models by using two flow datasets in Japan, inter-prefectural migration of the entire country and inter-municipality commuting flows in Ibaraki prefecture. All of the models fitted here including radiation model are origin-constrained types of spatial interaction models. The results show that although the radiation model attains relatively high goodness-fits, particularly for smaller-scale commuting flows, the origin constrained gravity models with one or two parameters have better performance compared the radiation model for both flow datasets. The radiation model fails to capture the tendency of dominant flows towards large-size destinations bypassing small-size destinations near the origins. Further studies would be directed toward empirical exploration of conditions on which radiation models perform well and theoretical advancements of radiation-type spatial interaction models for a better understanding of relationships between spatial structure and mover's decision making process.