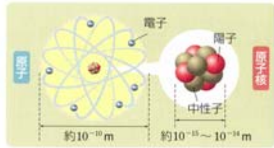
半導体工学(4)

エネルギー帯図

電子情報デザイン学科　藤野　毅

原子模型

- 陽子
  - e=1.6X10^{-19}C
  - m=1.67X10^{-27}kg
- 中性子
  - 中性で質量は陽子とほぼ同じ
- 電子
  - e=-1.6X10^{-19}C
  - m=9.1X10^{-31}kg
- 同位体
  - 原子核内の陽子数が等しく中性子数が異なっている元素



▲図 2-1　原子の構造

▼表 2-1　原子の構成例

原子	原子記号	陽子数	中性子数	電子数
水素	$^{1}_{1}$H	1	0	1
ヘリウム	$^{4}_{2}$He	2	2	2
炭素	$^{12}_{6}$C	6	6	6
マグネシウム	$^{24}_{12}$Mg	12	12	12
塩素	$^{35}_{17}$Cl	17	18	17
ウラン	$^{238}_{92}$U	92	146	92

チャート式　新物理II（数研出版）　より引用

等速円運動

- 半径r, 角速度 ω [rad/s]の円運動
- 周期 T [s]

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- 速さ v [m/s]

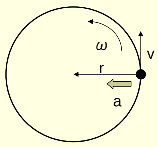
$$v = r\omega$$

- 加速度 a [m/s^2]

$$a = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

- 物体の質量がmのとき物体が受ける力F

$$F = ma = mr\omega^2 = \frac{mv^2}{r}$$



クーロンの法則

- 2つの電荷q_1,q_2の間に加わる(引力、斥力)は距離の2乗に反比例

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

真空中の誘電率　ε_0= 8.854X10^{-12} F/m

点電荷の電界Eと電位V

- 中心電荷Qのつくる電界Eと電位Vは以下のように表わされる

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

- 中心電荷Qからrの距離に配置された電荷-qの持つ位置エネルギーWは以下のように表わされる

$$W = -q \cdot V = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q \cdot q}{r}$$

真空中の誘電率　ε_0= 8.854X10^{-12} F/m

練習問題1（等速円運動）

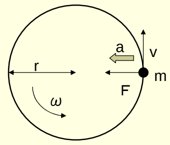
- 図のように、質量m=0.1kgの小球を、長さr=0.5mの伸びない軽い糸の一端に付け、他端を中心として水平面内で周期T=0.5sで回転させた。このとき、小球の角速度ω[rad/s]、速さv[m/s]、加速度の大きさa[m/s^2]、および糸が引く力の大きさF[N]を求めよ。

T=4π [rad/s]

v=2π[m/s]

a=8π^2[m/s^2]

F=0.8π^2[N]



練習問題2（クーロンの法則）

- 真空中0.1mの距離で、正負等量の電荷をもつ2つの小物体間に働く力が0.9Nであった。それぞれの電荷量+q,-q[C]を求めよ。

$$F = \boxed{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

9.0 X 10^9

$$0.9 = 9.0 \times 10^9 \times \frac{q^2}{0.1^2}$$ より

±q=±1.0 X 10^{-6} [c]

7

量子論

- 光（波）も粒子性を持つ
  - 光電効果
  - コンプトン効果
- 電子（粒子）も波動性を持つ
  - 2重スリットの実験
  - 結晶による電子線の回折像

8

光の粒子性

- 波長 λ の光のエネルギーEと運動量p
  - c(光速)=3.0X10^8 m/s
  - ν (振動数), λ (波長)
  - h:プランク定数;6.626X10^{-34} [J･s]

$$\boxed{E = h\upsilon}$$

$$\boxed{p = \frac{h}{\lambda}}$$

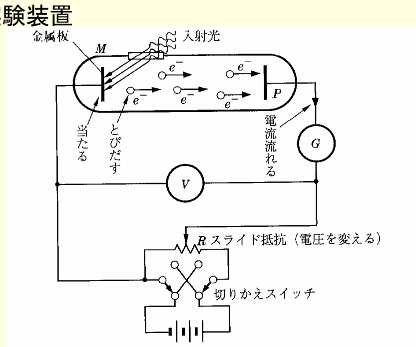
$$c = \nu\lambda$$

- 飛び出す電子の運動エネルギーK
  - K=hν -W(金属面の仕事関数)

9

光電効果(1)

- 実験装置

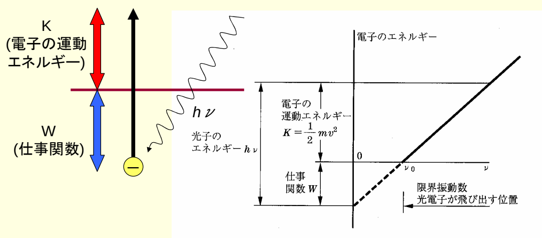


10

なっとくする演習･量子力学　講談社　より引用

光電効果(2)

- 実験結果
  - ある波長以上の光はどんなに強くしても電子は放出されない
  - 金属の仕事関数以上のエネルギーを持つ光が必要



11

なっとくする演習･量子力学　講談社　より引用

物質の波動性

- 質量m，速度vの物質粒子の波長 λ

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{mv}}$$ [m]

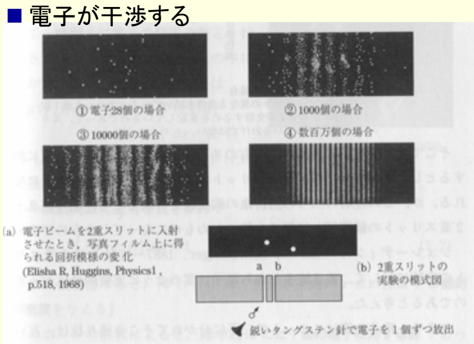
- 電荷Qの荷電粒子がVに加速されたときの運動エネルギー

$$E = QV$$

12

２重スリットの実験

■ 電子が干渉する



なっとくする演習・量子力学　講談社　より引用

13

練習問題１

■ 光電効果の実験装置で、波長が300nmの紫外線を当てると、回路に電流が流れた。しかし陽極Pの電位を金属板Mに対して、－0.5Vにすると電流が流れなくなった

(1)光子が電子１個に与えたエネルギーEをもとめよ

(2)金属板Mの仕事関数Wをもとめよ

(3)このときの限界振動数ν_0と限界波長λ_0を求めよ。

(1) $$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.0\times10^{8}}{300\times10^{-9}} = 10^{15}[s^{-1}]$$

$$E = h\upsilon = 6.6\times10^{-34}\times10^{15} = 6.6\times10^{-19}[J]$$

(2) $$W = h\upsilon - K = 6.6\times10^{-19} - \underbrace{1.6\times10^{-19}\times0.5}_{e\times V} = 5.8\times10^{-19}[J]$$

(3) $$\upsilon_0 = \frac{W}{h} = \frac{5.8\times10^{-19}}{6.6\times10^{-34}} = 8.8\times10^{14}[s^{-1}]$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\upsilon_0} = \frac{3.0\times10^{8}}{8.8\times10^{14}} = 3.4\times10^{-7} = 340[nm]$$

14

練習問題2

■ 電子を2.85Vで加速したときの電子の速度vを求めよ

電子の速度がv[m/s]の時の運動エネルギーEは

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = e\times V$$

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \sqrt{\frac{2\times1.6\times10^{-19}\times2.85}{9.1\times10^{-31}}} = \sqrt{1\times10^{6}} = 1\times10^{3}[m/s]$$

15

練習問題3

■ 次の2つの場合における物質波の波長を求めよ。
- 速さ22m/sで飛んでいる質量0.15kgの野球ボール
- 速さ10^6m/sの電子

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.6\times10^{-34}}{0.15\times22} = 2.0\times10^{-34}[m]$$

波長が短すぎる⇒ボールの波動性は見えない

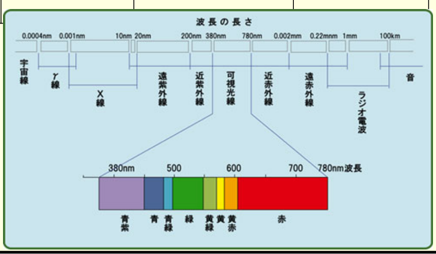
$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.6\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times10^{6}} = 7.3\times10^{-10}[m]$$

結晶格子と同等の大きさ⇒結晶で回折する

16

電磁波の波長とエネルギー

電磁波	可視光線	紫外線	X線
波長λ(m)	(4～8)X10^{-7}	4X10^{-7} ～ 10^{-10}	10^{-9} ～ 10^{-12}
エネルギー $h\nu$(eV)	1.5～3	3～10^4	10^3～10^6



17

ボーアの水素原子モデル

■ クーロン力

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2}$$

■ 遠心力

$$F = ma = mr\omega^2 = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \qquad (2\cdot1)$$

■ ボーアの量子条件

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$n\lambda = 2\pi r$$

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \qquad (2\cdot05)$$

18

ボーアの量子条件

■ 安定な定在波が存在するときのみ安定

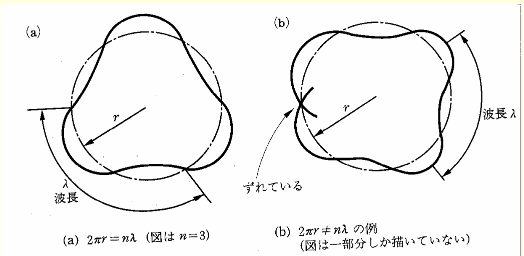


図 1.23 電子の波動性

19

なっとくする演習・量子力学 講談社 より引用

水素原子の電子軌道半径r_n(例題2・1)

■ (2・1)式の変形より

$$v^2 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 rm} \qquad (2\cdot4)$$

■ (2・05)式の両辺を2倍すると

$$(mvr)^2 = \left(\frac{nh}{2\pi}\right)^2 \qquad (2\cdot5)$$

■ (2・4)式を(2・5)式に代入して

$$m^2v^2r^2 = \left(\frac{nh}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow \cancel{m}\left(\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \cancel{r}\cancel{m}}\right)r^{\cancel{2}} = \left(\frac{nh}{2\pi}\right)^2$$

■ $r=r_n$とおいて，r_nについて解くと

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0}{mq^2}\left(\frac{h}{2\pi}n\right)^2 \qquad (2\cdot6)$$

20

水素原子のエネルギーE_nの導出

■ エネルギーは位置エネルギー＋運動エネルギー
- 位置エネルギーW

$$W = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$$

- 運動エネルギーK

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n} \Leftarrow v^2 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 rm} \quad (2\cdot4)より$$

■ したがってエネルギーE_nは

$$E_n = W + K = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} + \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n} = -\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n}$$

■ (2・6)式のr_nを代入すると

$$E_n = -\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{mq^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2\pi}{nh}\right)^2 = -\frac{mq^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2n^2} \qquad (2\cdot2)$$

21

水素原子のスペクトル

■ n=kからn=lの軌道へ電子が遷移するときに放出されるエネルギーは

$$h\upsilon = E_k - E_l = -\frac{mq^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{l^2}\right)$$

■ 変形して，定数をRとおくと

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\upsilon}{c} = \frac{mq^4}{8\varepsilon_0{}^2h^3c}\left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{k^2}\right) = R\left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{k^2}\right)$$

■ Rをリュードベリーと呼ぶ

$$R = \frac{mq^4}{8\varepsilon_0{}^2h^3c} = 1.1\times10^7[m^{-1}]$$

22

水素原子のスペクトル

■ 気体水素を入れた光電管の光のスペクトル

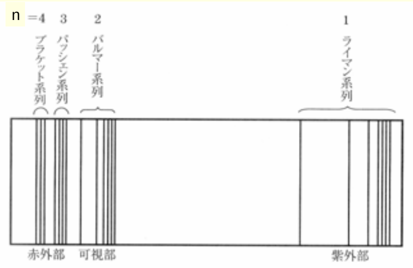


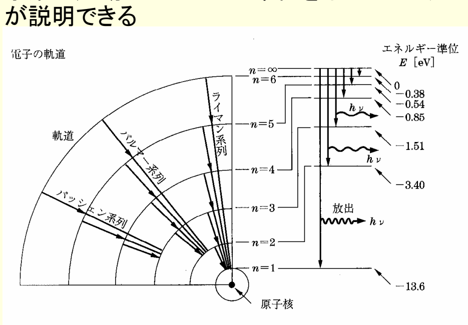
図 1.16 水素原子のスペクトル

23

なっとくする演習・量子力学 講談社 より引用

スペクトルと量子準位

■ 水素の起動がとびとびの準位をもつとスペクトルが説明できる



24

なっとくする演習・量子力学 講談社 より引用

水素原子のスペクトル

- 気体水素を入れた光電管の光のスペクトル

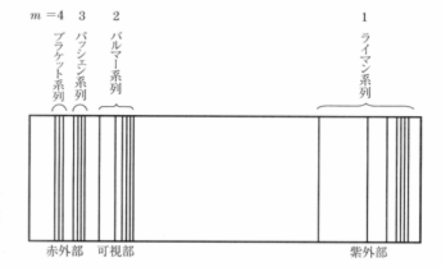


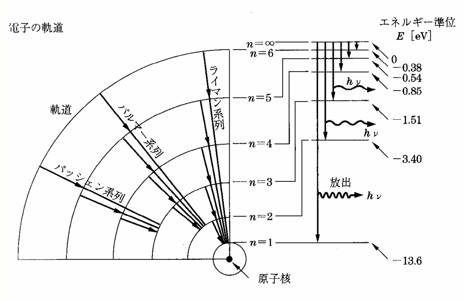
図 1.16　水素原子のスペクトル

25

なっとくする演習・量子力学　講談社　より引用

スペクトルと量子準位

- 水素の起動がとびとびの準位をもつとスペクトルが説明できる



26

なっとくする演習・量子力学　講談社　より引用

練習問題

- n=2の水素原子の軌道半径をもとめなさい

$$r_2 = \frac{4\pi\varepsilon_0}{mq^2}\left(\frac{h}{2\pi}\times 2\right)^2 = \frac{4\varepsilon_0 h^2}{mq^2\pi} = 2.1\times10^{-10} = 0.21[nm]$$

- 電子がn=3の軌道からn=2の軌道に遷移するときに発生する光の波長を求めなさい.

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 1.1\times10^7 \times \frac{5}{36}$$

$$\lambda = \frac{36}{5\times1.1\times10^7} = 6.5\times10^{-7} = 650[nm]$$

27

2つの水素原子のもつエネルギー

- 単独の水素原子はとびとびな(離散的)エネルギー準位をもつ
- 複数の水素原子になると取りうる準位が増加する ⇒エネルギー帯(エネルギーバンド)となる

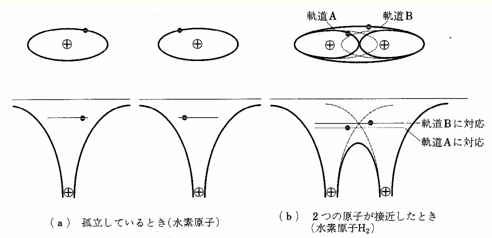


図 1.2　原子が接近したときの電子軌道と電子のエネルギー

28

新版基礎半導体工学より引用

シリコン原子の電子配置とエネルギー帯(1)

- Siの原子番号は14⇒1個のSi原子がもつ電子は14
- 1つの量子状態には1つの電子しか入ることができない ⇒パウリの排他律
- 電子が存在する，一番外側の軌道⇒最外殻電子軌道

軌道				最大電子数	シリコン電子数
主量子数n		方位量子数l			
K殻	1	1s	0	2	2
L殻	2	2s	0	2	2
		2p	1	6	6
M殻	3	3s	0	2	2
		3p	1	6	2
		3d	2	10	0

29

シリコン原子の電子配置とエネルギー帯(2)

- シリコン原子は，最外郭の電子がsp^3混成軌道をつくる
- 水素原子の場合と同様にSi原子はエネルギー帯をつくる.

①絶対零度の時，電子によって満たされているエネルギー帯 ⇒価電子帯

②絶対零度の時，電子が存在しない一番低いエネルギー帯 ⇒伝導帯

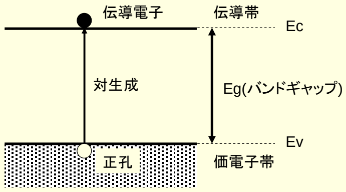
エネルギー帯①の上端とエネルギー帯②の下端とのエネルギー差　⇒禁制帯幅(バンドギャップ)

- 熱エネルギーによって①のエネルギー帯の電子が励起されると負の電荷をもつ伝導電子となり，②のエネルギー帯の電子の抜け穴は，正の電荷を持つ正孔としてふるまう. これら2種類の移動可能な電荷をキャリアとよぶ.
- 絶対零度ではキャリアは存在しないため電流は流れない

(電子は原子にしっかりと共有結合されている)

30

真性半導体のエネルギー帯図



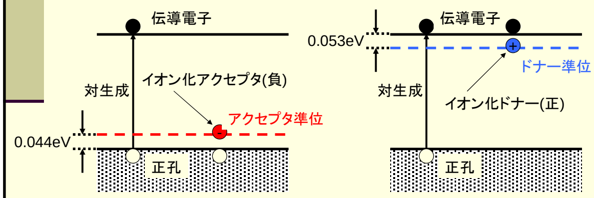
- バンドギャップEgが小さいほど抵抗率が小さい

@300K	Ge	Si	GaAs	C(ダイアモンド)
Eg(eV)	0.66	1.11	1.43	6～7
ρ(Ωcm]	0.5	2.3×10^{3}	～10^{3}	～10^{12}

31

不純物半導体のエネルギー帯図

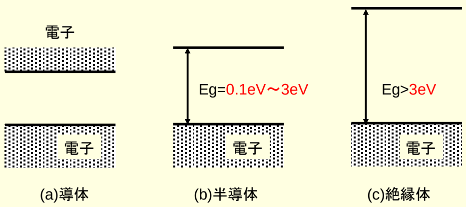
- P型：BのようなIII族の不純物は
  アクセプタとなって正孔（正電荷キャリア）が発生
- N型：AsのようなV族の不純物は
  ドナーとなって伝導電子（負電荷キャリア）が発生



32

導体，半導体，絶縁体のエネルギー帯図

- 導体：伝導帯が部分的に電子で満たされている
- 半導体/絶縁体：エネルギーギャップEg依存
  - 0.1eV<Eg<3eV：半導体
  - 3eV<Eg：絶縁体



33