半導体工学(6)

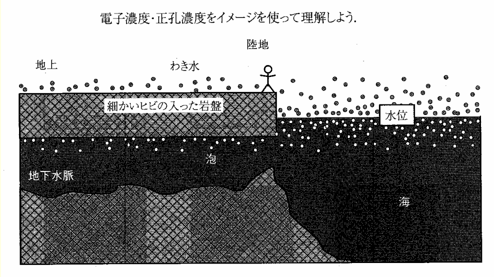
半導体のキャリア(2)

電子情報デザイン学科　藤野　毅

フェルミ準位と水位のアナロジー

復習

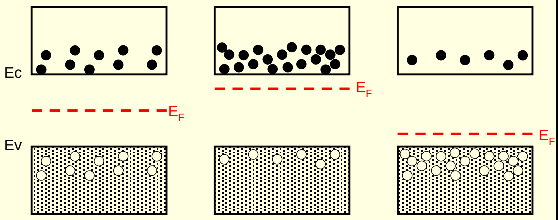
- わき水⇒[伝導電子]
- 泡⇒[正孔]
- 水位⇒[フェルミ準位]



フェルミ準位とキャリア密度

復習

- フェルミ準位が高い（水位が高い）場合
  - 伝導電子密度（わき水）は[増加する]
  - 正孔密度（泡）は[減少する]



[真性半導体]　[N型半導体]　[P型半導体]

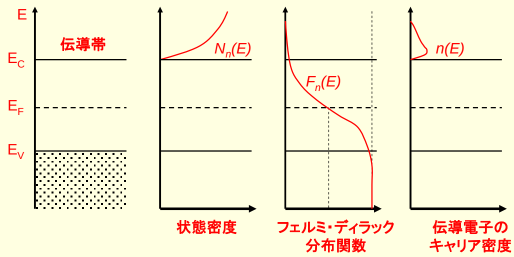
キャリア密度の計算(1)

復習

- 伝導帯における伝導電子のキャリア密度$n(E)$

$$n(E)=N_n(E)\cdot F_n(E) \qquad (3\cdot4)$$

状態密度　フェルミ・ディラック分布関数



キャリア密度の計算(2)伝導電子

復習

状態密度

$$N_n(E)=4\pi\cdot\left(\frac{2m_e}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot(E-Ec)^{\frac{1}{2}} \qquad (3\cdot1)$$

フェルミディラック分布

$$F_n(E)=\frac{1}{1+\exp\left(\dfrac{E-E_F}{k_BT}\right)} \qquad (3\cdot2)$$

- 単位体積あたりの伝導電子の個数（伝導電子密度n）

$$n=\int_{E_c}^{\infty}N_n(E)\cdot F_n(E)\quad dE$$

- これを解くと

重要！

$$n=2\left(\frac{2\pi m_e k_BT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot\exp\left(\frac{E_F-E_C}{k_BT}\right)=\boxed{N_C\cdot\exp\left(\frac{E_F-E_C}{k_BT}\right)} \qquad (3\cdot5)$$

$$N_C=2\left(\frac{2\pi\cdot m_e\cdot k_BT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

N_c:伝導帯の実効状態密度
m_e:電子の有効質量

キャリア密度の計算(3)正孔

復習

状態密度

$$N_p(E)=4\pi\cdot\left(\frac{2m_h}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot(E_V-E)^{\frac{1}{2}} \qquad (3\cdot6)$$

フェルミディラック分布

$$F_p(E)=1-F_n(E) \qquad (3\cdot7)$$

- 単位体積あたりの伝導電子の個数（伝導電子密度n）

$$p=\int_{-\infty}^{E_V}N_p(E)\cdot F_p(E)\quad dE$$

- これを解くと

重要！

$$p=2\left(\frac{2\pi m_h k_BT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot\exp\left(\frac{E_V-E_F}{k_BT}\right)=\boxed{N_V\cdot\exp\left(\frac{E_V-E_F}{k_BT}\right)} \qquad (3\cdot9)$$

$$N_V=2\left(\frac{2\pi\cdot m_h\cdot k_BT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

N_V:価電子帯の実効状態密度
m_h:正孔の有効質量

真性半導体のキャリア密度n_i(1)

■ 不純物を含まない真性半導体においては，伝導電子と正孔は対生成されるため，密度は同じ.

$$n_i = \underbrace{N_C \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_C}{k_B T}\right)}_{\text{電子密度n(3・5)}} = \underbrace{N_V \cdot \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_B T}\right)}_{\text{正孔密度p(3・9)}} \quad (3\cdot 91)$$

$$N_C \cdot \exp\left(\frac{E_F}{k_B T}\right) \cdot \exp\left(\frac{-E_C}{k_B T}\right) = N_V \cdot \exp\left(-\frac{E_F}{k_B T}\right) \cdot \exp\left(\frac{E_V}{k_B T}\right)$$

$$N_C \cdot \exp\left(\frac{2E_F}{k_B T}\right) = N_V \cdot \exp\left(\frac{E_C + E_V}{k_B T}\right)$$

ルートを取る変形

$$\boxed{\sqrt{N_C} \cdot \exp\left(\frac{E_F}{k_B T}\right)} = \sqrt{N_V} \cdot \exp\left(\frac{E_C + E_V}{2 k_B T}\right) \quad (3\cdot 92)$$

代入

覚える！

$$n_i = N_C \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_C}{k_B T}\right) = \sqrt{N_C \cdot N_V} \cdot \exp\left(\frac{E_C + E_V}{2 k_B T}\right) \cdot \exp\left(\frac{-E_C}{k_B T}\right)$$

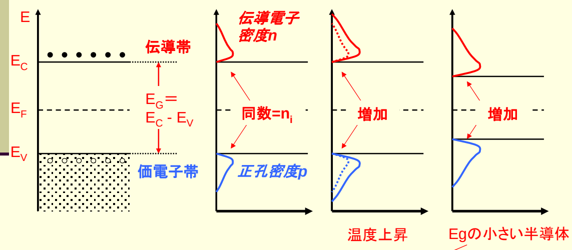
$$= \sqrt{N_C \cdot N_V} \cdot \exp\left(\frac{-E_C + E_V}{2 k_B T}\right) = \sqrt{N_C \cdot N_V} \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{2 k_B T}\right) \boxed{\approx 1.5 \times 10^{16} [m^{-3}]} \quad (3\cdot 10)$$

真性半導体のキャリア密度n_i(2)

■ 真性半導体のキャリア密度n_i

$$n_i = \sqrt{N_C \cdot N_V} \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{2 k_B T}\right) \approx 1.5 \times 10^{16} [m^{-3}] \quad (3\cdot 10)$$

室温 (T=300K)



Egの小さい半導体(Ge)は温度上昇で特性が大きく変わる

真性半導体のフェルミ準位E_i

■ (3・92)より

$$\sqrt{N_C} \cdot \exp\left(\frac{E_F}{k_B T}\right) = \sqrt{N_V} \cdot \exp\left(\frac{E_C + E_V}{2 k_B T}\right)$$

■ 両辺の自然対数lnをとり，E_Fについて解くと

$$\frac{1}{2}\ln(N_C) + \frac{E_F}{k_B T} = \frac{1}{2}\ln(N_V) + \frac{E_C + E_V}{2 k_B T}$$

$$\therefore\ E_F = k_B T \cdot \left\{\frac{\ln(N_V) - \ln(N_C)}{2} + \frac{E_C + E_V}{2 k_B T}\right\} = \boxed{\frac{E_C + E_V}{2} + \frac{k_B T}{2}\ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right)}$$

E_iと表す (3・11)

$$\left.\begin{aligned} N_C &= 2\left(\frac{2\pi \cdot m_e \cdot k_B T}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \\ N_V &= 2\left(\frac{2\pi \cdot m_h \cdot k_B T}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \end{aligned}\right\} \quad \frac{k_B T}{2}\ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right) = \frac{k_B T}{2}\frac{3}{2}\ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) << \frac{E_C + E_V}{2}$$

真性フェルミ準位

$$\boxed{E_i = E_F \approx \frac{E_C + E_V}{2}} \quad (3\cdot 12)$$

覚える！

不純物半導体のキャリア密度(1)

■ 温度が一定であれば，（不純物）半導体の伝導電子密度nと正孔密度pの積は一定（非常に重要！）

証明

$$n = N_C \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_C}{k_B T}\right) \quad (3\cdot 5) \qquad p = N_V \cdot \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_B T}\right) \quad (3\cdot 9)$$

$$\therefore n \cdot p = N_C \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_C}{k_B T}\right) \times N_V \cdot \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_B T}\right) = N_C \cdot N_V \cdot \exp\left(\frac{E_V - E_C}{k_B T}\right) = n_i^2$$

$$\because n_i = \sqrt{N_C \cdot N_V} \cdot \exp\left(\frac{E_V - E_C}{2 k_B T}\right) \quad (3\cdot 10)$$

$$\boxed{n \cdot p = n_i^2}$$

覚える！

(3・15)

不純物半導体のキャリア密度(2)

■ 不純物半導体の，キャリア密度n,pを以下の3つの数値で表す

- 不純物半導体のフェルミ準位E_F
- 真性キャリア密度n_i
- 真性フェルミ準位E_i

$$E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{k_B T}{2}\ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right) \ (3\cdot 11) \qquad \therefore E_C = 2E_i - E_V - k_B T \ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right)$$

代入

$$n = N_C \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_C}{k_B T}\right) = N_C \cdot \exp\left(\frac{E_F - (2E_i - E_V)}{k_B T} + \ln\frac{N_V}{N_C}\right)$$

$$\exp\left(\ln\frac{N_V}{N_C}\right) = \frac{N_V}{N_C}$$

$$= N_C \cdot \frac{N_V}{N_C} \cdot \exp\left\{\frac{E_F - (2E_i - E_V)}{k_B T}\right\} = N_V \cdot \exp\left\{\frac{2(E_F - E_i) + E_V - E_F}{k_B T}\right\}$$

$$= N_V \cdot \exp\left\{\frac{E_V - E_F}{k_B T}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{2(E_F - E_i)}{k_B T}\right\} = p \cdot \exp\left\{\frac{2(E_F - E_i)}{k_B T}\right\}$$

$$n \cdot p = n_i^2$$

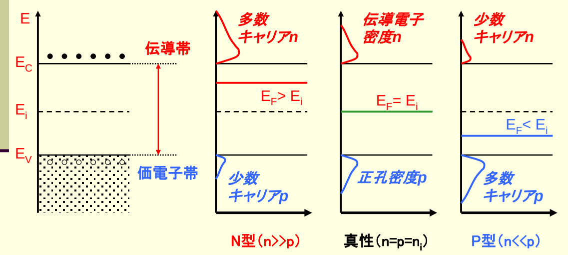
$$= \frac{n_i^2}{n} \cdot \exp\left\{\frac{2(E_F - E_i)}{k_B T}\right\} \qquad \boxed{\therefore n = n_i \cdot \exp\left\{\frac{E_F - E_i}{k_B T}\right\}} \quad (3\cdot 13)$$

覚える（重要）！

多数キャリアと少数キャリア

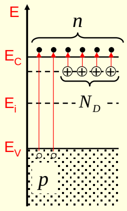
■ 伝導電子密度nを求めたのと同様にして正孔密度pは

$$n = n_i \cdot \exp\left\{\frac{E_F - E_i}{k_B T}\right\} \quad \xrightarrow{\text{同様に}} \quad \boxed{p = n_i \cdot \exp\left\{\frac{E_i - E_F}{k_B T}\right\}} \quad (3\cdot 14)$$



不純物密度とキャリア密度(1)

- 不純物密度からキャリア密度を求める



N型半導体(ドナー密度N_D)の場合

半導体の電気的中性条件より

$$\begin{cases} n = N_D + p \\ n \cdot p = n_i^2 \quad (3・15) \end{cases}$$

$$n^2 = n \cdot N_D + n \cdot p = n \cdot N_D + n_i^2$$

$$\therefore n^2 - n \cdot N_D - n_i^2 = 0$$

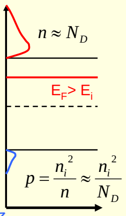
多数キャリア

$$\boxed{n = \frac{1}{2}\left(N_D + \sqrt{N_D^2 + 4 \cdot n_i^2}\right) = N_D} \quad (3・19)$$

$$\because N_D > n_i$$

$$\boxed{p = \frac{n_i^2}{n} \approx \frac{n_i^2}{N_D}} \quad (3・20)$$

少数キャリア



- 不純物密度からフェルミ準位を求める

$$n = n_i \cdot \exp\left\{\frac{E_F - E_i}{k_B T}\right\} \quad (3・15)$$

$n = N_D$ を代入してE_Fについて解くと

$$\boxed{E_F = E_i + k_B T \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right)} \quad (3・21)$$

13

不純物密度とキャリア密度(2)

- P型半導体の場合(アクセプタ密度N_A)

$$p \approx N_A \quad (3・24) \qquad n \approx \frac{n_i^2}{N_A} \quad (3・25)$$

$$E_F = E_i - k_B T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) \quad (3・26)$$

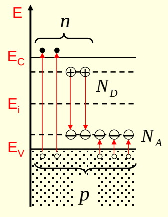
- ドナーN_DとアクセプタN_Aが混在する場合
  - ドナーとアクセプタは相殺すると考える

$N_A > N_D$の場合⇒P型　　$N_D > N_A$の場合⇒N型

$p \approx N_A - N_D$　多数キャリア　$n \approx N_D - N_A$

$n \approx \dfrac{n_i^2}{N_A - N_D}$　少数キャリア　$p \approx \dfrac{n_i^2}{N_D - N_A}$

$$E_F = E_i - k_B T \ln\left(\frac{N_A - N_D}{n_i}\right) \qquad E_F = E_i + k_B T \ln\left(\frac{N_D - N_A}{n_i}\right)$$



$N_A > N_D$の場合(P型)

14

キャリア密度から電気特性へ

- いままでの話で
  - 不純物密度⇒キャリア密度とフェルミ準位導出

$n_i \approx 1.5 \times 10^{-16} [m^{-3}]$

N型

$n \approx N_D$ (3・19)　$p \approx \dfrac{n_i^2}{N_D}$ (3・20)

$E_F = E_i + k_B T \ln\left(\dfrac{N_D}{n_i}\right)$ (3・21)

P型

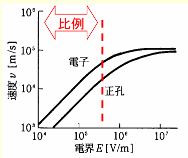
$p \approx N_A$ (3・24)　$n \approx \dfrac{n_i^2}{N_A}$ (3・25)

$E_F = E_i - k_B T \ln\left(\dfrac{N_A}{n_i}\right)$ (3・26)

- キャリア密度と電気特性の関係へ
  - ある電界Eにおけるキャリア速度v

$$\boxed{v = \mu \cdot E} \quad (3・27)$$

  - 比例係数μを移動度と呼ぶ．単位は[m²/V・s]

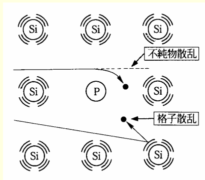


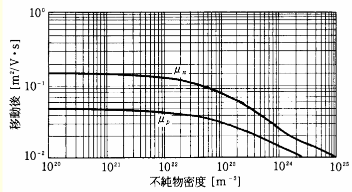
15

移動度

- キャリアの散乱機構
  - 格子散乱：高温になるほど移動度が低下する
  - 不純物散乱：不純物濃度が高いほど移動度が低下する

[m²/V・s]	Ge	Si	GaAs
電子移動度μ_n	0.36	0.15	0.80
正孔移動度μ_p	0.18	0.05	0.04

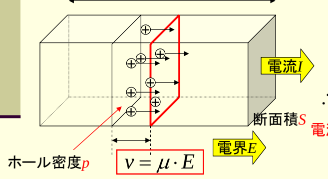




16

ドリフト電流(1)

- 電界印加時，1秒間に断面を通過するキャリアを考える
  - 正の電荷を持つキャリア(正孔)だけを考える
  - 下図の赤い平面を1秒間に通過するキャリアは，赤い平面からキャリア速度vだけの距離に存在するキャリア数



$v = \mu \cdot E$

$v = \mu \cdot E$　$E = \dfrac{V}{L}$

$$I = q \cdot p \cdot v \cdot S = q \cdot p \cdot \mu \cdot E \cdot S$$

$$\therefore J = \frac{I}{S} = q \cdot p \cdot \mu \cdot E \quad (3・28)$$

電流密度

$$R = \frac{V}{I} = \frac{E \cdot L}{J \cdot S} = \frac{1}{q \cdot p \cdot \mu} \frac{L}{S}$$

抵抗率の式　$R = \rho \cdot \dfrac{L}{S}$ (1・1)

$$\rho = R \cdot \frac{S}{L} = \frac{1}{q \cdot p \cdot \mu}$$

17

ドリフト電流(2)

- 抵抗率ρ，導電率σの一般式
  - 正孔密度p，正孔移動度μ_p
  - 伝導電子密度n，電子移動度μ_n

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{q(p \cdot \mu_p + n \cdot \mu_n)} \quad (3・33)$$

- N型シリコンの場合$n >> p$なので

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{q \cdot n \cdot \mu_n} = \frac{1}{q \cdot N_D \cdot \mu_n} \quad (3・34)$$

- P型シリコンの場合$n << p$なので

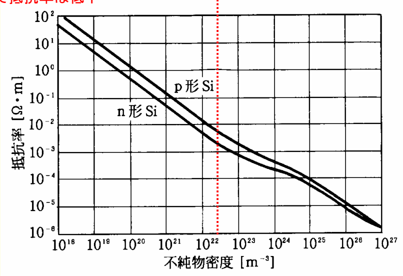
$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{q \cdot p \cdot \mu_p} = \frac{1}{q \cdot N_A \cdot \mu_p} \quad (3・35)$$

18

抵抗率の不純物密度依存性

- 不純物密度10^{22}[m^{-3}]程度以上では移動度が低下

不純物密度に反比例
して抵抗率は低下



19

四探針法

- 半導体の抵抗率測定法
  - 探針の太さや間隔に比べて試料が十分に大きいとき

$$\rho = 2\pi \cdot d \frac{V}{I}$$

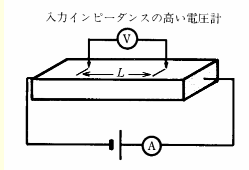


図 4.1　電圧探針を用いた抵抗率の測定方法

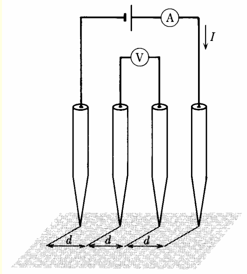


図 4.2　4探針法による抵抗率の測定

20

「新版　基礎半導体工学」國岡　昭夫，上村喜一著　朝倉書店　より引用

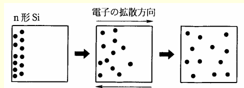
拡散電流

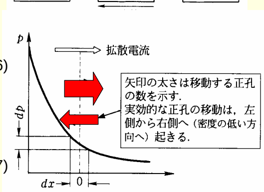
- ドリフト電流と異なり，キャリアの密度が試料内で不均一であるときに生じる電流
  - 正孔による拡散電流 J_{DP}

$$J_{DP} = q \cdot D_p \left(-\frac{dp}{dx} \right) = -q \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx} \quad (3\text{・}36)$$

  - 電子による拡散電流 J_{DN}

$$J_{DN} = -q \cdot D_n \left(-\frac{dn}{dx} \right) = q \cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx} \quad (3\text{・}37)$$





  - 拡散定数Dは移動度と温度に依存する（アインシュタインの関係）

$$D_n = \frac{k_B}{q} \cdot \mu_n \cdot T \quad (3\text{・}38) \qquad D_p = \frac{k_B}{q} \cdot \mu_p \cdot T \quad (3\text{・}39)$$

21

電流密度の式

- ドリフト電流と拡散電流を両方考慮する
  - 電界Eによるドリフト電流J_{drift}

$$J_{drift} = q \cdot p \cdot \mu \cdot E \quad (3\text{・}28)$$

  - 正孔による電流密度J_pは

$$J_p = J_{drift} + J_{DP} = q \cdot p \cdot \mu_p \cdot E - q \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx} \quad (3\text{・}40)$$

  - 電子による電流密度J_nは

$$J_n = J_{drift} + J_{DN} = q \cdot n \cdot \mu_N \cdot E + q \cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx} \quad (3\text{・}41)$$

  - 全電流密度はJは

$$J = J_p + J_n \quad (3\text{・}42)$$

22

小テスト

- 来週(5/23)に小テストを実施
- 関数電卓持ち込み可
- 自筆ノート，自筆演習ノートは持ち込み可
（第3回までのレジュメは持ち込み不可）
- 定期試験とあわせて成績評価に使用する
- 演習ノート等の練習問題の他，教科書下記問題をマスターしておくこと
  - 演習問題【1･1】～【1･5】
  - 演習問題【2･1】
  - 演習問題【3･1】～【3･6】

23