

# 半導体工学(9)

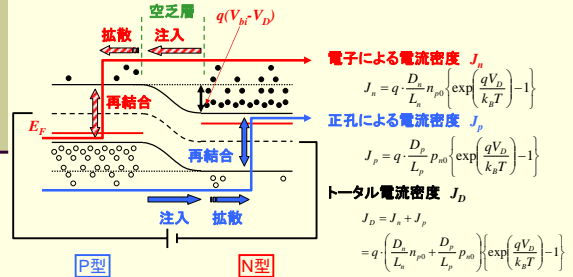
## PN接合(2)

電子情報デザイン学科 藤野 毅

## PN接合電流(順方向)

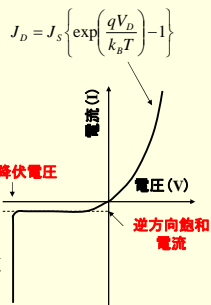
復習

- 順方向電流は下記の2つのパスから成り立つ
  - 電子がN型からP型へ注入され、P型領域で拡散・再結合することで流れる電流  $J_n$
  - 正孔がP型からN型へ注入され、N型領域で拡散・再結合することで流れる電流  $J_p$



## PN接合ダイオードの降伏現象

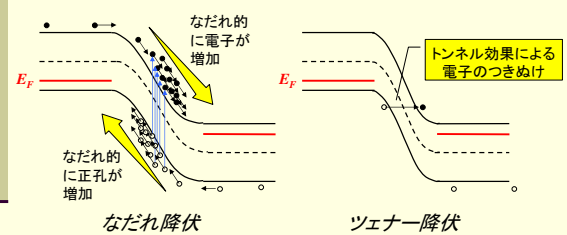
- PN接合に逆バイアスを印加すると、逆方向飽和電流が流れる。さらに逆方向電圧を大きくするとある電圧で急激に大きな電流が流れる。これを降伏現象といい、この電圧を降伏電圧と呼ぶ
- 大きな電流が流れるメカニズムは以下の2つ
  - 電子雪崩(なだれ)降伏**  
PN接合に印加された電界により、大きな運動エネルギーを得て加速された電子が、結晶格子を構成している原子に衝突して電子正孔対を発生させて電流となる。発生した電子正孔対もまた空乏層中で加速され新たな電子正孔対を発生し、キャリア数が急激に増加して大きな電流となる。



- ツェナー降伏**  
高濃度にドーピングされたPN接合の空乏層は非常に狭い。この狭いダイオードに高電圧を印加すると電子の波動性に基づくトンネル効果により電流が流れる。

## 降伏現象

- 雪崩(なだれ)降伏とツェナー降伏の物理的イメージ



## クーロンの法則

復習

- $r$ [m]の距離を離して配置された2つの電荷 $q_1, q_2$ [C]の間作用する力(引力、斥力)は下式で表される。

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad [N]$$

真空中の誘電率  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$   
ははこいし12才



## 点電荷がつくる電界と電気力線

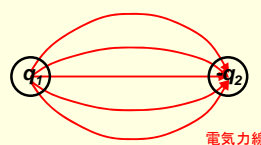
- 点電荷 $q_1$ が作る電界 $E$ は下式で表される

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \quad [N/C] \text{ または } [V/m] \quad \left( [N]=[J/m] \text{ [C]=[JV]より} \right)$$

- 距離 $r$ [m]の地点に配置された電荷 $q_2$ に働く力は

$$F = q_2 \cdot E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad [N] \quad \leftarrow \text{クーロンの法則}$$

- 電気力線は正電荷から出て負電荷で終わる。電気力線の密度が電界となる。

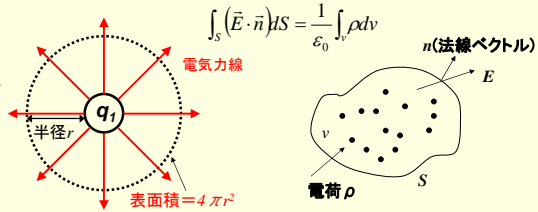


## ガウスの定理

- 点電荷  $q_1$  の電荷からは  $q_1 / \epsilon_0$  の電気力線が生じる
- 半径  $r$  における電気力線の密度を考えると電界の式が求まる

$$E = \frac{1}{4\pi^2} \frac{q_1}{\epsilon_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2}$$

- 上の考え方を閉曲面  $S$  に囲まれた領域  $v$  内に分布した電荷  $\rho$  に対して、一般化したのが **ガウスの定理**



7

## ガウスの定理とキャパシタ容量

- 距離  $t$ 、面積  $S$  の平行平板電極キャパシタ容量  $C$  を求める

$$\int_S (\vec{E} \cdot \vec{n}) dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv$$

ガウスの定理

電界と電位の関係式

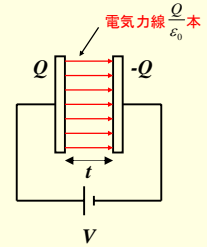
$$E \cdot S = \frac{1}{\epsilon_0} Q$$

$$E \cdot t = V$$

$$\frac{V}{t} \cdot S \cdot \epsilon_0 = Q$$

$$Q = C \cdot V \quad \text{より} \quad C = \epsilon_0 \frac{S}{t}$$

キャパシタ容量の定義



8

## ガウスの定理の微分形式

- 微小空間  $\delta x \delta y \delta z$  に電荷  $\rho$  が分布していると考える

- x方向成分だけ考えると

$$\int_{S_{1x}} E_{1x} dS + \int_{S_{2x}} E_{2x} dS = E_{1x} \cdot \delta y \cdot \delta z - E_{2x} \cdot \delta y \cdot \delta z$$

$$= \left( E_x + \frac{\partial E_x}{\partial x} \cdot \frac{\delta x}{2} \right) \cdot \delta y \cdot \delta z - \left( E_x - \frac{\partial E_x}{\partial x} \cdot \frac{\delta x}{2} \right) \cdot \delta y \cdot \delta z$$

$$= \frac{\partial E_x}{\partial x} \cdot \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$$

- x, y, z 方向を考えると

$$\int_S (\vec{E} \cdot \vec{n}) dS = \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) \cdot \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$$

- 空間に分布している電荷は

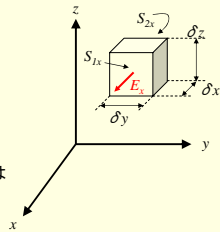
$$\int_V \rho dv = \rho \cdot \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$$

- したがって **ガウスの定理の微分形式** は

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\int_S (\vec{E} \cdot \vec{n}) dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv$$

ガウスの定理 (積分形)



9

## ガウスの定理 (補足)

- ガウスの定理の微分形式 (一般形)

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$



$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \left( \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right) \cdot (E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k})$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

「ナブラ」と読む

- ガウスの定理の微分形式 (1次元:  $E_y=0, E_z=0$ )

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

10

## ポアソン方程式

- 電荷とその電荷が作る電位  $V$  の関係を表すのが **ポアソン方程式**

- ガウスの定理 (1次元) より

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

- 電界と電位の関係より

$$E = -\frac{dV}{dx}$$

- 真空中のポアソン方程式は  $\rho$  (電荷密度) を使って

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

- Si中の電荷、電位を考えるとときは  $\epsilon_0 \Rightarrow \epsilon = \epsilon_0 \times \epsilon_{Si}$

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (4.19)$$

Siの誘電率  $\epsilon_{Si}$  の比誘電率 (=11.8)

11

## PN接合における電界

- ドナー密度が高い ( $N_D = 2 \times N_A$ ) のPN接合を考えポアソン方程式を解いて電界を求める

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (4.19)$$

$$\rho(x) = -qN_A \quad [-x_p < x < 0]$$

$$\rho(x) = qN_D \quad [0 < x < x_n]$$

- 境界条件は

$$E(x = -x_p) = E(x = x_n) = 0$$

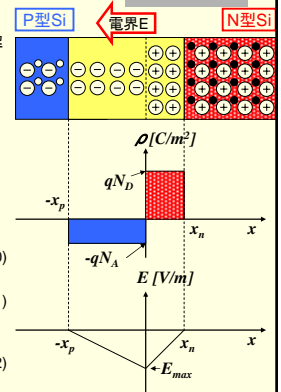
- 解は

$$E = -\frac{qN_A}{\epsilon} (x + x_p) \quad [-x_p < x < 0] \quad (4.20)$$

$$E = \frac{qN_D}{\epsilon} (x - x_n) \quad [0 < x < x_n] \quad (4.21)$$

- 最大電界  $E_{max}$  は

$$E_{max} = -\frac{qN_A}{\epsilon} x_p = -\frac{qN_D}{\epsilon} x_n \quad [x = 0] \quad (4.22)$$



12

## PN接合における電位

- 求めた電界Eより電位Vを計算

$$\begin{cases} E = -\frac{dV}{dx} \\ E = -\frac{qN_A}{\epsilon}(x+x_p) \quad [-x_p < x < 0] \\ E = \frac{qN_D}{\epsilon}(x-x_n) \quad [0 < x < x_n] \end{cases}$$

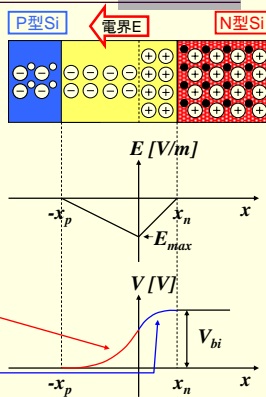
- $-x_p < x < 0$ においては

$$\begin{aligned} V(x) &= -\int_{-x_p}^x \left\{ -\frac{qN_A}{\epsilon}(t+x_p) \right\} dt \\ &= \left[ \frac{qN_A}{2\epsilon}(t+x_p)^2 \right]_{-x_p}^x \\ &= \frac{q}{2\epsilon} N_A (x+x_p)^2 \end{aligned}$$

- $0 < x < x_n$ においては

$$\begin{aligned} V(x) &= \frac{q}{2\epsilon} N_A x_p^2 - \int_0^x \left\{ \frac{qN_D}{\epsilon}(t-x_n) \right\} dt \\ &= \frac{q}{2\epsilon} (N_A x_p^2 - N_D (x-x_n)^2 + N_D x_n^2) \end{aligned}$$

13



## PN接合におけるビルトイン電圧 $V_{bi}$

- 求めた電位Vは

- $-x_p < x < 0$ において

$$V(x) = \frac{q}{2\epsilon} N_A (x+x_p)^2$$

- $0 < x < x_n$ において

$$V(x) = \frac{q}{2\epsilon} (N_A x_p^2 - N_D (x-x_n)^2 + N_D x_n^2)$$

- ビルトイン電圧は  $x=x_n$  を代入して

$$V_{bi} = \frac{q}{2\epsilon} (N_A x_p^2 + N_D x_n^2) \quad (4 \cdot 24)$$

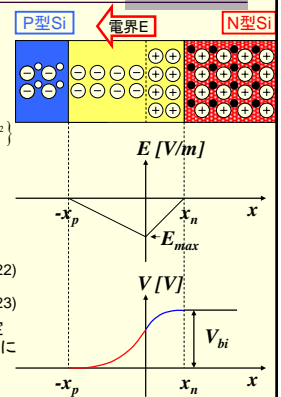
- 一方(4・22)式より

$$E_{max} = -\frac{qN_A}{\epsilon} x_p = -\frac{qN_D}{\epsilon} x_n \quad [x=0] \quad (4 \cdot 22)$$

$$N_A x_p = N_D x_n \quad (4 \cdot 23)$$

- 空乏層の幅と不純物密度の積は一定  
⇒空乏層は不純物密度の少ないほうに  
広がりがやすい

14



## PN接合における空乏層幅

- (4・23) (4・24)を用いて  $x_p, x_n$  を求める

$$N_A x_p = N_D x_n \quad (4 \cdot 23)$$

$$V_{bi} = \frac{q}{2\epsilon} (N_A x_p^2 + N_D x_n^2) \quad (4 \cdot 24)$$

- (4・24)を変形して

$$V_{bi} = \frac{q}{2\epsilon} \left\{ N_A x_p^2 + N_D \left( \frac{N_A x_p}{N_D} \right)^2 \right\} = \frac{q}{2\epsilon} N_A x_p^2 \left( 1 + \frac{N_A}{N_D} \right) \quad (4 \cdot 25)$$

- P型領域の空乏層幅  $x_p$  は

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon \cdot V_{bi}}{qN_A} \frac{N_D}{N_A + N_D}} \quad (4 \cdot 26)$$

- N型領域の空乏層幅  $x_n$  および全体の空乏層幅  $x_{dep}$  は

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon \cdot V_{bi}}{qN_D} \frac{N_A}{N_A + N_D}} \quad (4 \cdot 27)$$

$$\begin{aligned} x_{dep} &= x_p + x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon \cdot V_{bi}}{qN_A} \frac{N_D}{N_A + N_D}} + \sqrt{\frac{2\epsilon \cdot V_{bi}}{qN_D} \frac{N_A}{N_A + N_D}} \\ &= \sqrt{\frac{2\epsilon \cdot V_{bi}}{qN_A N_D (N_A + N_D)}} \times (N_A + N_D) = \sqrt{\frac{2\epsilon \cdot V_{bi}}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}} \quad (4 \cdot 28) \end{aligned}$$

15

## PN接合に外部電圧をしたときの空乏層幅

- 空乏層幅  $x_{dep}$  はビルトイン電圧  $V_{bi}$  の関数になっている

$$x_{dep} = \sqrt{\frac{2\epsilon \cdot V_{bi}}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}} \quad (4 \cdot 28)$$

- 順方向電圧  $V_D$  を印加したときの空乏層幅は  $V_{bi} \Rightarrow V_{bi} - V_D$  を代入して

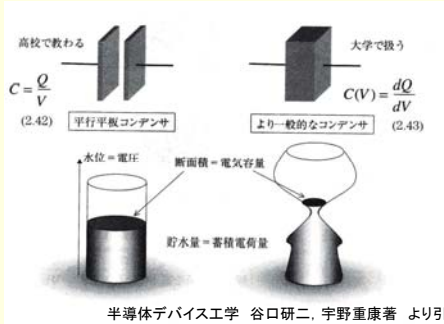
$$x_{dep} = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} (V_{bi} - V_D)} \quad (4 \cdot 29)$$

- 順方向電圧印加 ⇒ 空乏層幅は狭くなる
- 逆方向電圧印加 ⇒ 空乏層幅は拡がる

16

## 電気容量の考え方

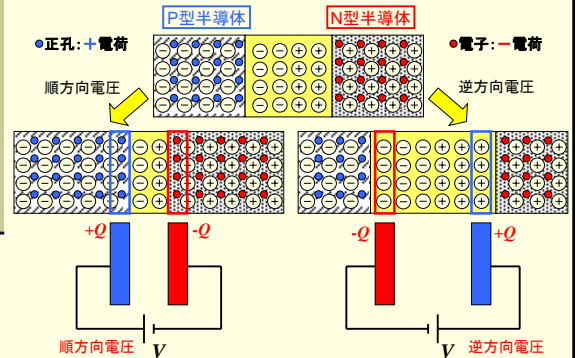
- 容量は蓄積された電荷量を電圧で微分した式であり、電圧の関数となる。



17

## 電圧印加時の空乏層における蓄積電荷の変化

- 空乏層幅の変化により、PN接合に蓄積される電荷が変化



18

## 電圧印加時の空乏層容量 (1)

- PN接合における単位断面積あたりの電荷Q

$$Q = qN_D x_n = qN_D \times \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_D} \frac{N_A}{N_A + N_D} (V_{bi} - V_D)} = \sqrt{2q\epsilon} \frac{N_A}{N_A + N_D} \sqrt{\frac{N_D N_A}{N_A + N_D}} (4\cdot30)$$

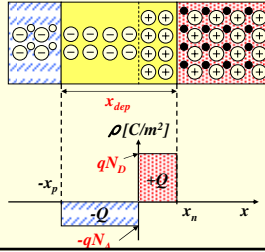
$$C_{dep} = \frac{dQ}{d(V_{bi} - V_D)} = \sqrt{2q\epsilon} \frac{N_A}{N_A + N_D} \times \frac{1}{2} (V_{bi} - V_D)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{q\epsilon}{2} \frac{N_D N_A}{N_A + N_D} \frac{1}{V_{bi} - V_D}}$$

$$= \frac{\epsilon}{x_{dep}} \quad (4\cdot31)$$

$$\therefore x_{dep} = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} (V_{bi} - V_D)}$$

間隔 $x_{dep}$ を隔てて配置されたキャパシタの容量と同じ断面積がSの場合

$$C_{dep} = \frac{\epsilon}{x_{dep}} S$$



19

## 電圧印加時の空乏層容量 (2)

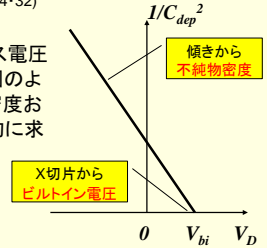
- 外部電圧と接合容量の関係

$$C_{dep} = \sqrt{\frac{q\epsilon}{2} \frac{N_D N_A}{N_A + N_D} \frac{1}{V_{bi} - V_D}} \quad (4\cdot31)$$

- 変形すると

$$\frac{1}{C_{dep}^2} = \frac{2}{q\epsilon} \frac{N_A + N_D}{N_D N_A} (V_{bi} - V_D) \quad (4\cdot32)$$

- PN接合容量の印加バイアス電圧VD依存性を測定すると右図のようなグラフが描け、不純物密度およびビルトイン電圧を実験的に求めることができる



20

## PN接合の蓄積電荷と拡散容量 (1)

- 順方向電圧印加時には下記の少数キャリアが注入されている

- P型領域には電子 $n_{p0}$ が蓄積
  - N型領域には正孔 $p_{n0}$ が蓄積
- 拡散容量 $C_{diff}$ となる

- P型領域の過剰少数キャリア $n_p'(x)$ は次式で計算されている

$$n_p'(x) = n_{p0} \left\{ \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) - 1 \right\} \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) \quad (4\cdot14)$$

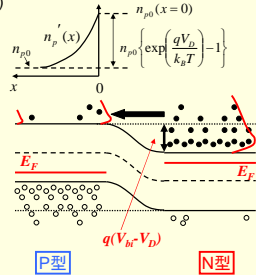
- 蓄積キャリア電荷 $Q_n$ は

$$Q_n = q \int_0^{\infty} n_p'(x) dx = q n_{p0} \left\{ \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) - 1 \right\} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) dx = q L_n n_{p0} \left\{ \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) - 1 \right\} \quad (4\cdot33)$$

- ここで、下記の電流式を使用すると

$$J_n = q \frac{D_n}{L_n} n_{p0} \left\{ \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) - 1 \right\}$$

$$Q_n = \frac{L_n}{D_n} J_n (x=0) \quad (4\cdot35)$$



21

## PN接合の蓄積電荷と拡散容量 (2)

- 蓄積キャリア電荷 $Q_n$ は以下の式で求めることができた

$$Q_n = q L_n n_{p0} \left\{ \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) - 1 \right\} \quad (4\cdot33)$$

- これよりP型領域の拡散容量 $C_{diffp}$ は

$$C_{diffp} = \frac{dQ_n}{dV_D} = q L_n n_{p0} \frac{d}{dV_D} \left\{ \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) - 1 \right\} = \frac{q^2 L_n n_{p0}}{k_B T} \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) \quad (4\cdot36)$$

$$= \frac{q L_n^2}{D_n k_B T} \times q \frac{D_n}{L_n} n_{p0} \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) \approx \frac{q \tau_n}{k_B T} J_n \quad (4\cdot37)$$

$$\left\{ \begin{aligned} J_n &= q \frac{D_n}{L_n} n_{p0} \left\{ \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) - 1 \right\} \approx q \frac{D_n}{L_n} n_{p0} \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) \\ L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} \end{aligned} \right.$$

- 同様に、N型領域の拡散容量 $C_{diffn}$ は

$$C_{diffn} \approx \frac{q \tau_p}{k_B T} J_p \quad (4\cdot38)$$

22

## PN接合の空乏層容量と拡散容量

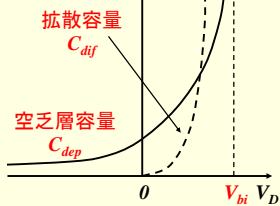
- PN接合に寄生する容量は

- 順方向電圧時: 空乏層容量 $C_{dep}$ と拡散容量 $C_{diff}$
- 逆方向電圧時: 空乏層容量 $C_{dep}$

$$C_{dep} = \sqrt{\frac{q\epsilon}{2} \frac{N_D N_A}{N_A + N_D} \frac{1}{V_{bi} - V_D}}$$

$$C_{diff} = C_{diffp} + C_{diffn} \approx \frac{q}{k_B T} (\tau_n J_n + \tau_p J_p)$$

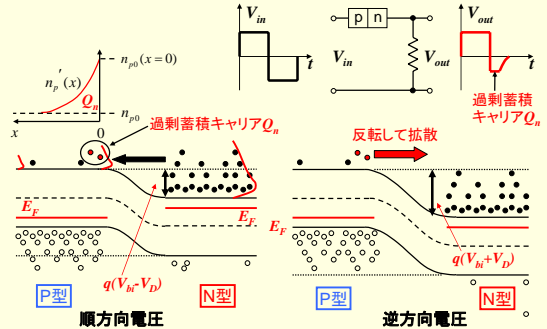
$$\left\{ \begin{aligned} J_n &= q \frac{D_n}{L_n} n_{p0} \left\{ \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) - 1 \right\} \\ J_p &= q \frac{D_p}{L_p} p_{n0} \left\{ \exp\left(\frac{qV_D}{k_B T}\right) - 1 \right\} \end{aligned} \right.$$



23

## 少数キャリア蓄積効果

- PN接合電圧を順方向から逆方向に変化させると過剰蓄積キャリア電荷 $Q_n$ が反転して拡散



24