

2012年度前期「代数学序論I」および「離散数学」の前期試験

高山 幸秀

「離散数学」「代数学序論I」の前期試験の範囲は、おおむねレジュメ56ページ（「7. 準同形定理」の前）までである。次ページ以降に、範囲にあたる項目と、具体的に何をどう理解していることが問われるかを簡単に示す。

1. 「離散数学」の試験範囲

- 部分群の判定条件を理解しているか？
- 特殊線形群 $SL(n, \mathbb{R})$ が一般線形群 $GL(n, \mathbb{R})$ の乗法部分群であること、また、これらが加法に関しては群にならないことを示せるか？
- 1 の原始 n 乗根の定義、および、三角関数を使った表示、複素平面上の図示ができるか？
- 有限巡回群の任意の元やその逆元の形を理解しているか？
- 有限巡回群の元が生成元になるための必要十分条件を理解しているか？
- 1 の原始 n 乗根の理論と有限巡回群の理論の類似について理解しているか？
- ラグランジュの定理を使って、有限群の部分群の位数として可能な数を計算する方法を理解しているか？
- 有限巡回群の部分群の形がどうなるかを理解しているか？
- 対称群の元を互いに素な巡回置換の積に分解する方法を理解しているか？
- 互いに素な巡回置換の積について、その位数の計算法を理解しているか？
- 巡回置換を互換の積に分解する方法を理解しているか？

2. 「代数学序論 I」の試験範囲

- 代数方程式が「代数的に解ける」という意味を理解しているか？
- $\mathbb{Q}(\sqrt{-3}) = \mathbb{Q}(\zeta)$, ζ は 1 の原始 3 乗根、であることが示せるか？
- 群が代数方程式の理論とどう関連しているか、その概要を理解しているか？特に講義でやったような簡単な代数方程式のガロア群を具体的に計算する方法を理解しているか？
- $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ が $\dim_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{2}) = 2$ なる \mathbb{Q} 線形空間であることを理解しているか？その基底の例を 1 つ示せるか？
- $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ が 3 次の \mathbb{Q} ベクトル空間になることを示せるか？その基底の例を 1 つ示せるか？
- ラグランジュの定理 (公式) を使って、有限群の部分群の位数として可能な数を計算する方法を理解しているか？
- 群の位数と群の要素の位数の違いを理解しているか？
- 剰余類の基本性質を証明できるか？
- 剰余群の概念を理解しているか？
- 剰余群の演算の定義が well-defined であるとは、どういう意味か理解しているか？

3. 試験の範囲外のもの

「代数学序論Ⅰ」「離散数学」のいずれの科目においても、以下は前期試験の範囲外である。

- ガロア理論の一般論（ガロア群、ガロアの基本定理に関する一般的な定理や理論）ただし、講義中で扱った具体例にまつわる考察は「範囲内」とする。
- 3次方程式、4次方程式の解法。ただし、3次方程式の公式については、それが導かれた過程の概要は「範囲内」とする。
- レジюмеには書かれているが、授業中に触れなかった概念（可解群、共役、対称式、正規鎖）
- レジюмеには書かれているが、授業中に触れなかった命題や定理。

4. 試験勉強の仕方

「離散数学」「代数学序論Ⅰ」の講義は、(1) 具体例の計算、(2) 具体例を高い視点から眺める一般理論、の2本だて進行し、計算と理論(証明)を自由に行き来できる柔軟な視点の獲得を目指した(つもり)。

従って、「離散数学」「代数学序論Ⅰ」のいずれの前期試験においても、講義中に示した例題の計算や命題の証明、定義などの理解を問う問題が出題される。

勉強の仕方としては、講義ノート of 正確な理解に努めることに尽きる。上記に試験範囲やそこで要求される理解の内容を示したが、それらは結局、講義ノートに書かれている内容を要約したものにはすぎないことに注意する。

具体的には、

- 授業中に証明した命題の証明を理解し、ノートを見ずに自力でできるようにする。
- 授業中に計算して見せた例題の計算を理解し、ノートを見ずに自力でできるようにする。
- ノートの内容がわかりにくい場合は、レジュメの関連部分の説明を読んでみる。

YUKIHIDE TAKAYAMA, DEPARTMENT OF MATHEMATICAL SCIENCES, RITSUMEIKAN UNIVERSITY, 1-1-1 NOJIHIGASHI, KUSATSU, SHIGA 525-8577, JAPAN

E-mail address: takayama@se.ritsumei.ac.jp