知能科学：物体操作

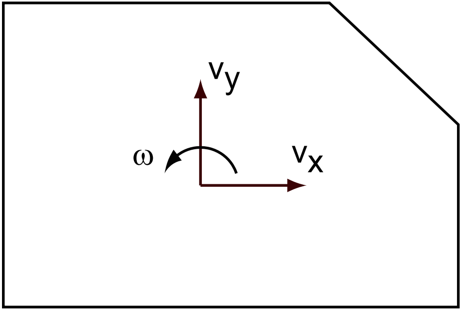
平井 慎一

立命館大学 ロボティクス学科

講義の流れ

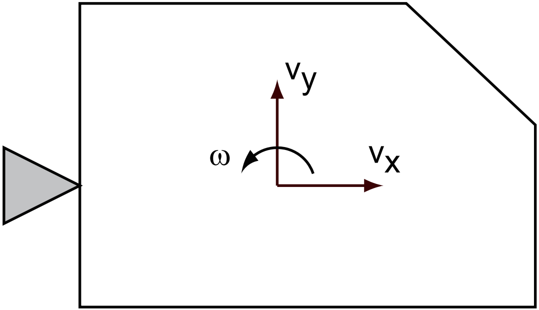
1. 運動制約
   - 接触による運動制約
   - 許容運動集合
   - フォームクロージャ
2. 把持
   - 把持の形態
   - フォースクロージャ
   - フォースクロージャの判定
3. まとめ

剛体の平面運動



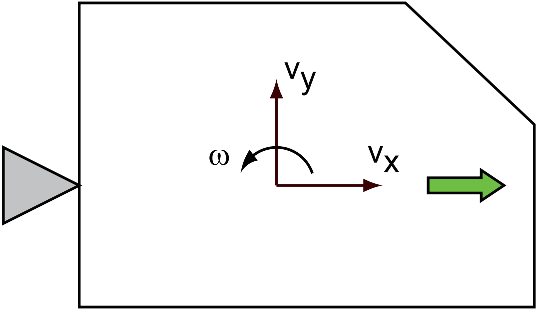
並進 2 自由度 v_x, v_y　　回転 1 自由度 ω

剛体の平面運動



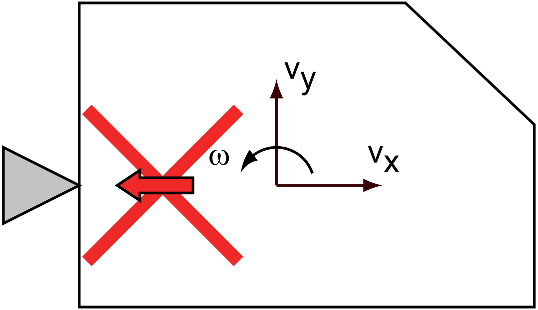
点接触 $\Longrightarrow$ 運動に制約

剛体の平面運動



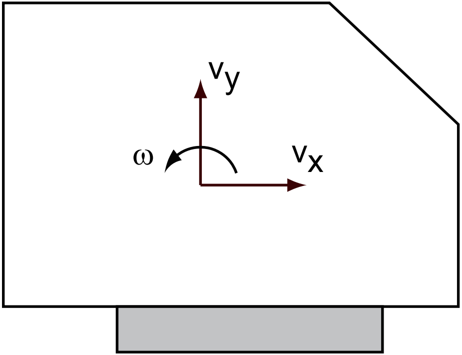
可能な運動

剛体の平面運動



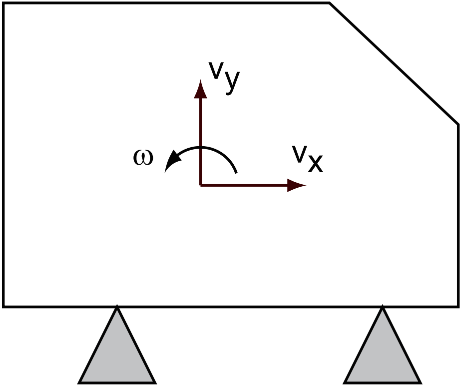
不可能な運動

剛体の平面運動



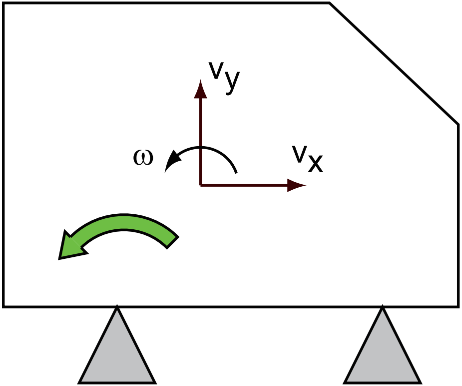
線接触 $\Longrightarrow$ 運動に制約

剛体の平面運動



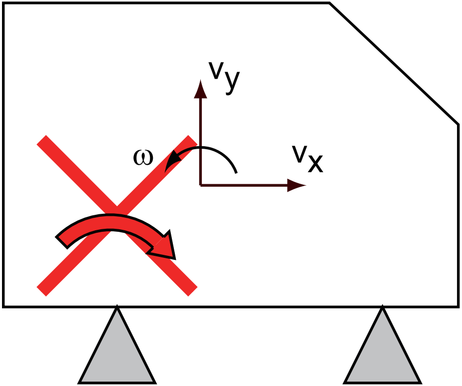
線接触 $\Longrightarrow$ 等価な一対の点接触

剛体の平面運動



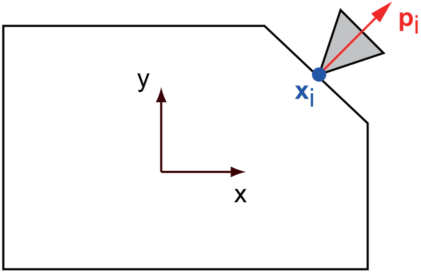
可能な運動

剛体の平面運動



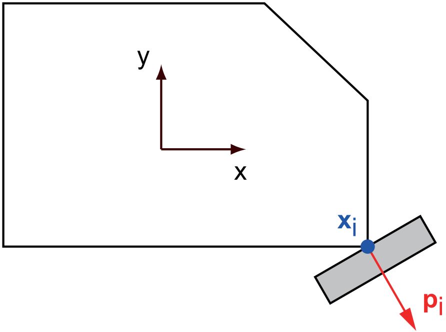
不可能な運動

点接触による運動制約



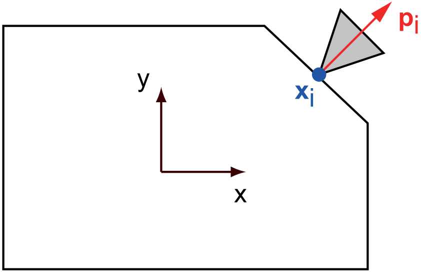
線 – 点接触

点接触による運動制約



点 – 線接触

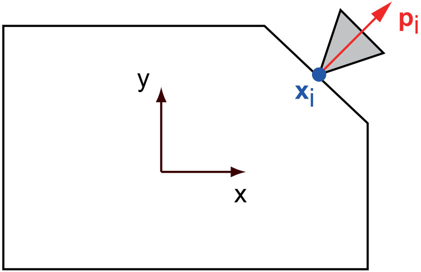
点接触による運動制約



接触点　　線の外向き (運動物体から見て) 法線ベクトル

$$\boldsymbol{x}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{p}_i = \begin{bmatrix} p_i \\ q_i \end{bmatrix}$$

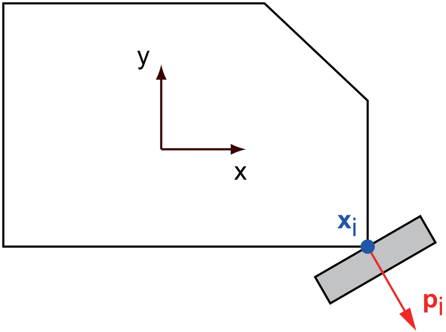
点接触による運動制約



運動制約

$$p_i v_x + q_i v_y + (x_i q_i - y_i p_i)\,\omega \leq 0$$

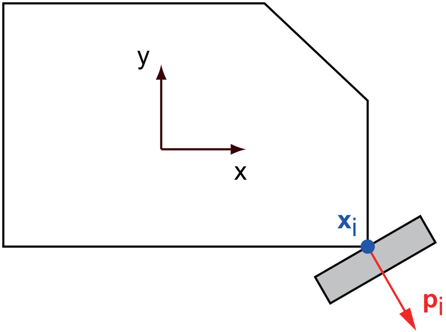
点接触による運動制約



接触点　線の外向き (運動物体から見て) 法線ベクトル

$$\boldsymbol{x}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{p}_i = \begin{bmatrix} p_i \\ q_i \end{bmatrix}$$

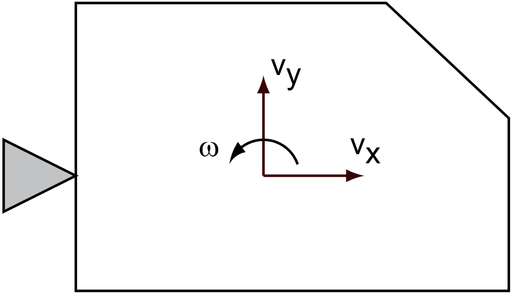
点接触による運動制約



運動制約

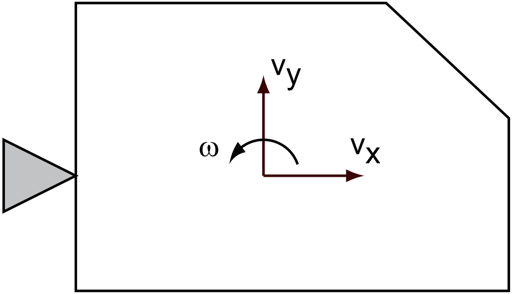
$$p_i v_x + q_i v_y + (x_i q_i - y_i p_i)\,\omega \leq 0$$

点接触による運動制約



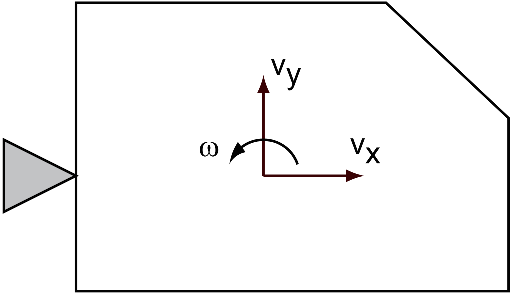
$$\boldsymbol{x}_1 = \begin{bmatrix} -1.3 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{p}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

点接触による運動制約



$$(-1)v_x + (0)v_y + \{-1.3 \cdot 0 - 0 \cdot (-1)\}\,\omega \leq 0$$

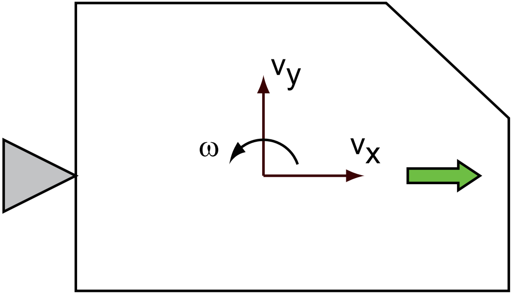
点接触による運動制約



運動制約

$$-v_x \leq 0$$

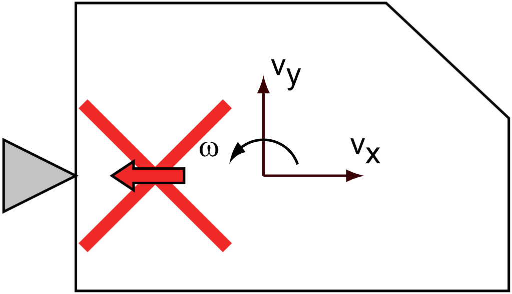
点接触による運動制約



$v_x = 1,\ v_y = 0,\ \omega = 0$

$$-(1) \leq 0 \quad \longrightarrow \quad \text{OK}$$

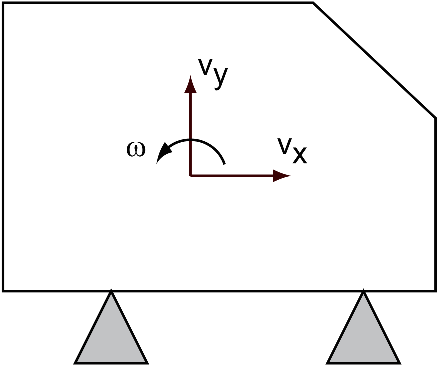
点接触による運動制約



$$v_x = -1,\ v_y = 0,\ \omega = 0$$

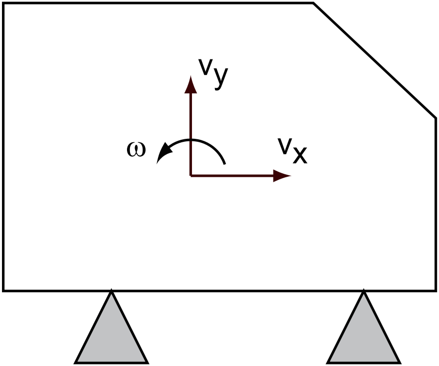
$$-(-1) \not\leq 0 \quad \longrightarrow \quad \text{NG}$$

点接触による運動制約



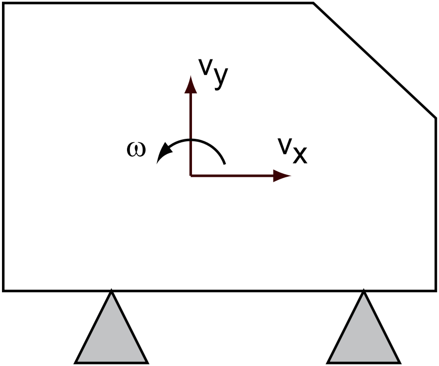
$$\boldsymbol{x}_1 = \begin{bmatrix} -0.55 \\ -0.8 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{p}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

点接触による運動制約



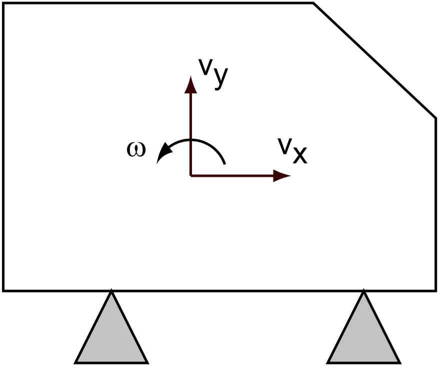
$$(0)v_x + (-1)v_y + \{-0.55 \cdot (-1) - (-0.8) \cdot 0\}\,\omega \leq 0$$

点接触による運動制約



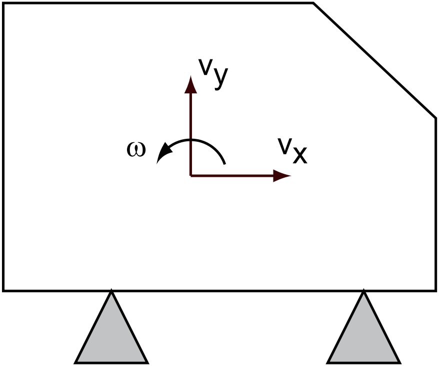
$$\boldsymbol{x}_2 = \begin{bmatrix} 1.2 \\ -0.8 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{p}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

点接触による運動制約



$$(0)v_x + (-1)v_y + \{1.2 \cdot (-1) - (-0.8) \cdot 0\}\,\omega \le 0$$

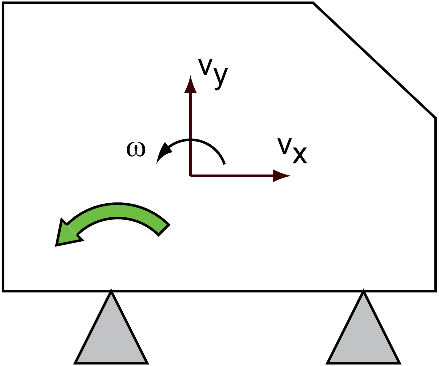
点接触による運動制約



運動制約

$$\begin{cases} -v_y + 0.55\,\omega \leq 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega \leq 0 \end{cases}$$

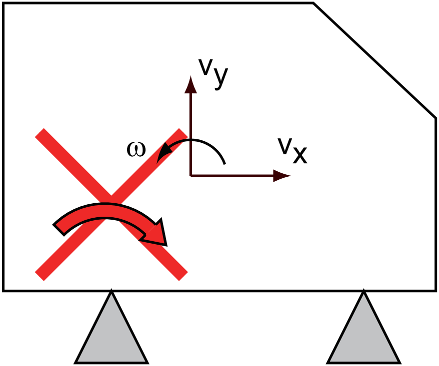
点接触による運動制約



$$v_x = -0.8,\ v_y = 0.55,\ \omega = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -(0.55) + 0.55 \cdot (1) \leq 0 \\ -(0.55) - 1.20 \cdot (1) \leq 0 \end{array} \right. \quad \longrightarrow \quad \text{OK}$$

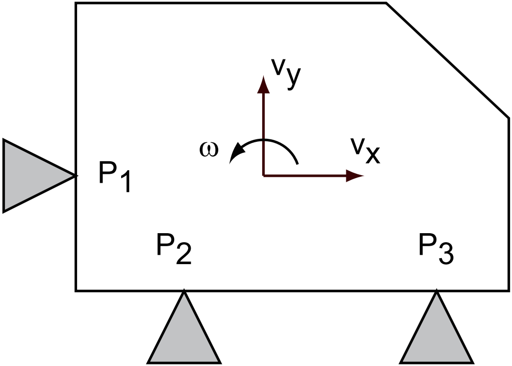
点接触による運動制約



$$v_x = 0.8,\ \ v_y = -0.55,\ \ \omega = -1$$

$$\left\{\begin{array}{l} -(-0.55) + 0.55 \cdot (-1) \leq 0 \\ -(-0.55) - 1.20 \cdot (-1) \not\leq 0 \end{array}\right. \quad \longrightarrow \quad \text{NG}$$

運動制約



$$
\begin{cases}
-v_x & \leq 0 \\
-v_y + 0.55\,\omega & \leq 0 \\
-v_y - 1.20\,\omega & \leq 0
\end{cases}
$$

運動制約

行列とベクトルによる表現

$$\begin{bmatrix} -1 & & \\ & -1 & +0.55 \\ & -1 & -1.20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

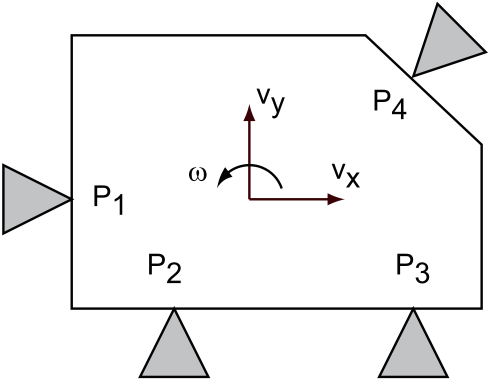
$$A^{\mathrm{T}} \boldsymbol{v} \leq \mathbf{0}$$

ここで

$$A = \begin{bmatrix} -1 & & \\ & -1 & -1 \\ & +0.55 & -1.20 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix}$$

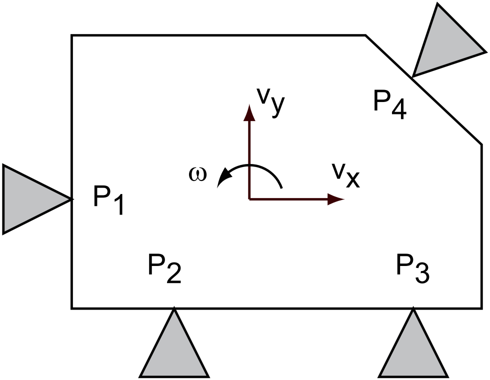
行列 A の各列 ： レンチベクトル (wrench vector)

運動制約



$$\boldsymbol{x}_4 = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 0.9 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{p}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

運動制約



$$
\left\{
\begin{array}{rcl}
-v_x & \leq & 0 \\
-v_y + 0.55\,\omega & \leq & 0 \\
-v_y - 1.20\,\omega & \leq & 0 \\
v_x + v_y + 0.3\,\omega & \leq & 0
\end{array}
\right.
$$

運動制約

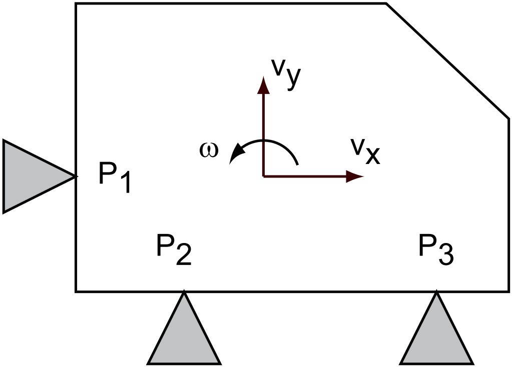
行列とベクトルによる表現

$$A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v} \leq \mathbf{0}$$

ここで

$$A = \begin{bmatrix} -1 & & & 1 \\ & -1 & -1 & 1 \\ & +0.55 & -1.20 & +0.3 \end{bmatrix}$$

許容運動集合



$$\left\{ \begin{array}{rcl} -v_x & \leq & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & \leq & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & \leq & 0 \end{array} \right.$$

許容運動集合

すべての制約式が 0 となる解

$$\begin{cases} -v_x &= 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega &= 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega &= 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

一つの制約式が負，その他の制約式が 0 となる解

$$\left\{\begin{array}{rcl} -v_x & < & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & = & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & = & 0 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} -v_x & = & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & < & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & = & 0 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} -v_x & = & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & = & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & < & 0 \end{array}\right.$$

許容運動集合

等式のみを解く

$$\begin{cases} -v_y + 0.55\,\omega & = & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & = & 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

不等式 $-v_x < 0$ を満たす解を選ぶ

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

等式のみを解く

$$\begin{cases} -v_x &= 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega &= 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.20 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix}$$

不等式 $-v_y + 0.55\,\omega < 0$ を満たす解を選ぶ

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

等式のみを解く

$$\left\{\begin{array}{rcl} -v_x & = & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & = & 0 \end{array}\right.$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -0.55 \\ -1 \end{bmatrix}$$

不等式 $-v_y - 1.20\,\omega < 0$ を満たす解を選ぶ

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1,\ c_2,\ c_3 \geq 0$

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1,\ c_2,\ c_3 \geq 0$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -v_x & = & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & = & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & = & 0 \end{array} \right.$$

すべての接触点で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, \; c_2, \; c_3 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_x & < & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & = & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & = & 0 \end{cases}$$

点 P_1 で接触を失い，点 $\mathrm{P}_2, \mathrm{P}_3$ で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1,\ c_2,\ c_3 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_x & = & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & < & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & = & 0 \end{cases}$$

点 P_2 で接触を失い，点 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_3$ で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし c_1，c_2，$c_3 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_x &= 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega &= 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega &< 0 \end{cases}$$

点 P_3 で接触を失い，点 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2$ で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし c_1，c_2，$c_3 \geq 0$

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1,\ c_2,\ c_3 \geq 0$

$$c_1 = 5\ (> 0),\ c_2 = 3\ (> 0),\ c_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3.60 \\ -3 \end{bmatrix}$$

点 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2$ で接触を失い，点 P_3 で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

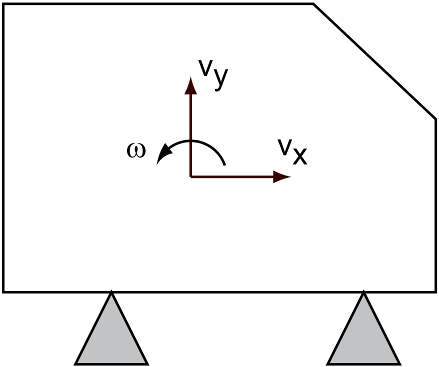
ただし $c_1,\ c_2,\ c_3 \geq 0$

$$c_1 = 5\ (> 0),\ c_2 = 3\ (> 0),\ c_3 = 2\ (> 0)$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4.70 \\ -1 \end{bmatrix}$$

点 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \mathrm{P}_3$ で接触を失う運動

許容運動集合



$$\begin{cases} -v_y + 0.55\,\omega & \leq & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & \leq & 0 \end{cases}$$

許容運動集合

すべての制約式が 0 となる解

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -v_y + 0.55\,\omega & = & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & = & 0 \end{array} \right.$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

一つの制約式が負，その他の制約式が 0 となる解

$$\begin{cases} -v_y + 0.55\,\omega & < & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & = & 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -v_y + 0.55\,\omega & = & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & < & 0 \end{cases}$$

許容運動集合

等式のみを解く

$$-v_y - 1.20\,\omega = 0$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1.20 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix}$$

不等式 $-v_y + 0.55\,\omega < 0$ を満たす解を選ぶ

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

等式のみを解く

$$-v_y + 0.55\,\omega \quad = \quad 0$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -0.55 \\ -1 \end{bmatrix}$$

不等式 $-v_y - 1.20\,\omega < 0$ を満たす解を選ぶ

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, \ c_2 \geq 0$

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1,\ c_2 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_y + 0.55\,\omega = 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega = 0 \end{cases}$$

接触点 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2$ で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1,\ c_2 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_y + 0.55\,\omega & < & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & = & 0 \end{cases}$$

点 P_1 で接触を失い，点 P_2 で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1,\ c_2 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_y + 0.55\,\omega & = & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & < & 0 \end{cases}$$

点 P_2 で接触を失い，点 P_1 で接触を保つ運動

許容運動集合

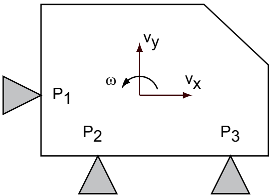
$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

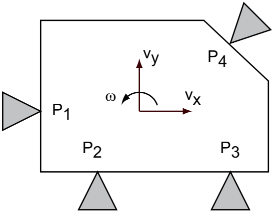
ただし $c_1, \ c_2 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_y + 0.55\,\omega & < & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & < & 0 \end{cases}$$

点 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2$ で接触を失う運動

フォームクロージャ





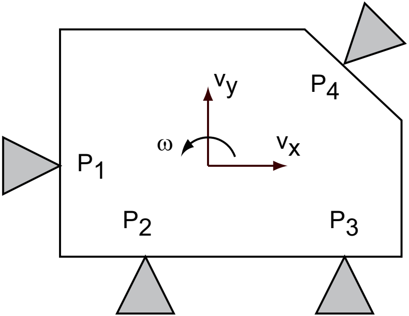
$$\left\{\begin{array}{rcl} -v_x & \leq & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & \leq & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & \leq & 0 \end{array}\right.$$

$[v_x,\ v_y,\ \omega]^{\mathrm{T}} \neq [0,\ 0,\ 0]^{\mathrm{T}}$
が存在

$$\left\{\begin{array}{rcl} -v_x & \leq & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & \leq & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & \leq & 0 \\ v_x + v_y + 0.3\,\omega & \leq & 0 \end{array}\right.$$

$[v_x,\ v_y,\ \omega]^{\mathrm{T}} = [0,\ 0,\ 0]^{\mathrm{T}}$
のみが可能

フォームクロージャ



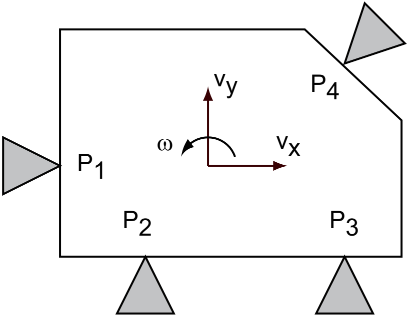
$$\Downarrow$$

点 $\mathrm{P}_1, \cdots, \mathrm{P}_4$ による制約を同時に満たす運動は $\mathbf{0}$ のみ

$$\Downarrow$$

フォームクロージャ (form closure)

フォームクロージャ



$$
\left\{
\begin{array}{rcl}
-v_x & \leq & 0 \\
-v_y + 0.55\,\omega & \leq & 0 \\
-v_y - 1.20\,\omega & \leq & 0 \\
v_x + v_y + 0.3\,\omega & \leq & 0
\end{array}
\right.
$$

が $\mathbf{0}$ 以外の解を持たない

判定法

フォームクロージャか否かの判定

$$\Downarrow$$

線形同次不等式

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -v_x & \leq & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & \leq & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & \leq & 0 \\ v_x + v_y + 0.3\,\omega & \leq & 0 \end{array} \right.$$

を満たす $\mathbf{0}$ 以外の解があるか否かを判定

判定法

```
A = [
 -1,  0,     0,    1;
  0, -1,    -1,    1;
  0,  0.55, -1.20, 0.3
  ];

status = non_zero_sol_homogeneous_ineqs(A');
if status == 0
    disp("form closure");
else
    disp("not form closure");
end
```

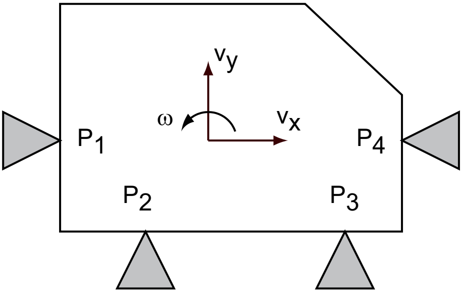
判定法

```
>> form_closure_check

Optimal solution found.

form closure
>>
```

$$\Downarrow$$

フォームクロージャであると判定

判定法



$$\left\{\begin{array}{rcl} -v_x & \leq & 0 \\ -v_y + 0.55\,\omega & \leq & 0 \\ -v_y - 1.20\,\omega & \leq & 0 \\ v_x & \leq & 0 \end{array}\right.$$

を満たす **0** 以外の解があるか否かを判定

判定法

```
A = [
 -1,  0,     0,    1;
  0, -1,    -1,    0;
  0,  0.55, -1.20, 0
  ];

status = non_zero_sol_homogeneous_ineqs(A');
if status == 0
    disp("form closure");
else
    disp("not form closure");
end
```

判定法

```
>> form_closure_check

Optimal solution found.

not form closure
>>
```

$$\Downarrow$$

フォームクロージャではないと判定

フォームクロージャ

フォームクロージャに必要な点接触の個数

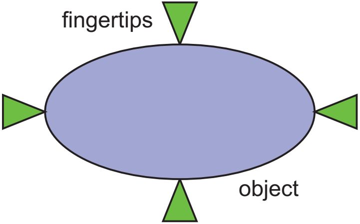
最小でも

$$(\text{拘束すべき自由度}) \quad + \quad 1$$

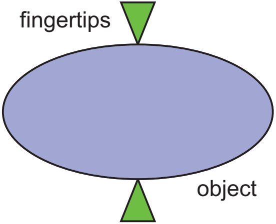
の点拘束が必要

拘束すべき自由度	
平面運動	3
円	2
空間運動	6
球	3
円柱	5

把持 (grasping)

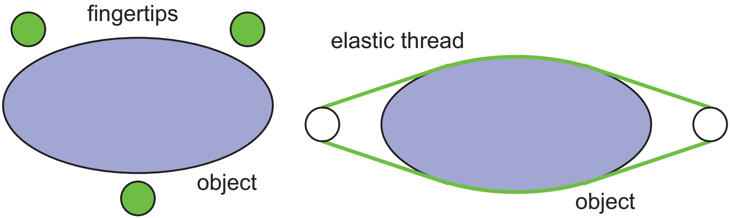


フォームクロージャ
(form closure)



フォースクロージャ
(force closure)

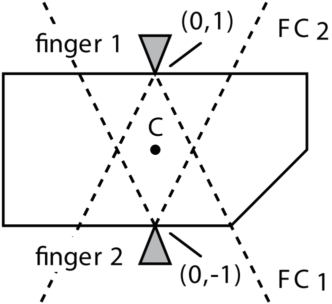
把持 (grasping)



ケージング
(caging)

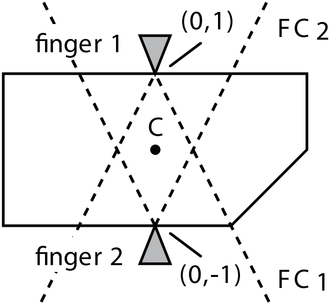
バインディング
(binding)

フォースクロージャ



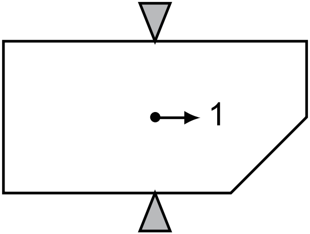
指先に摩擦が生じる
指先が滑らない
(摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ)
物体に任意の力とモーメント (外乱) を作用させる
力とモーメントの釣り合いが保たれる

フォースクロージャ



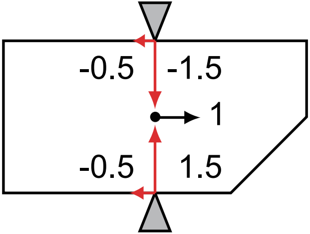
摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
摩擦係数 $=$ 0.5 と仮定

フォースクロージャ



外乱を加える

フォースクロージャ



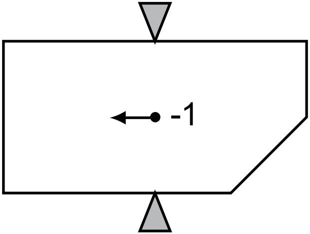
外乱を加える

力とモーメントの釣り合いが保たれる

摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ

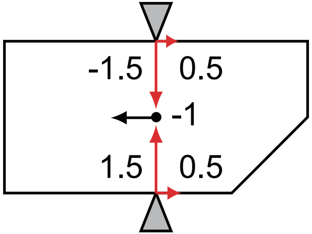
(摩擦係数 $= 0.5$)

フォースクロージャ



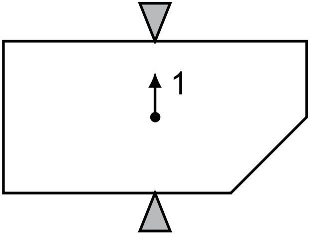
外乱を加える

フォースクロージャ



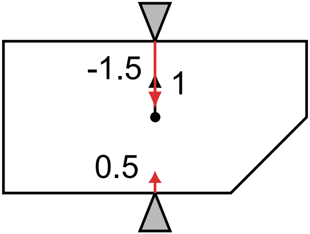
外乱を加える
力とモーメントの釣り合いが保たれる
摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
(摩擦係数 $=0.5$)

フォースクロージャ



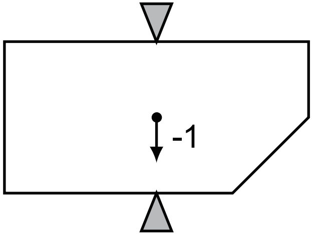
外乱を加える

フォースクロージャ



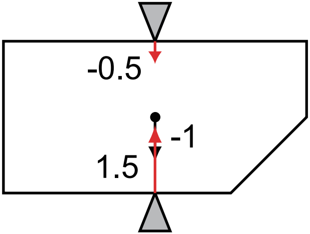
外乱を加える
力とモーメントの釣り合いが保たれる
摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
(摩擦係数 $=$ 0.5)

フォースクロージャ



外乱を加える

フォースクロージャ



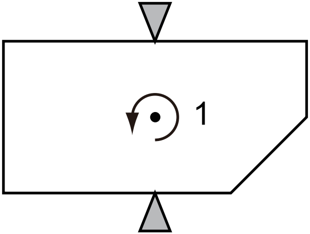
外乱を加える

力とモーメントの釣り合いが保たれる

摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ

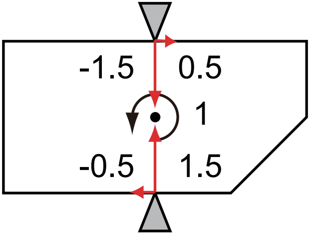
(摩擦係数 $= 0.5$)

フォースクロージャ



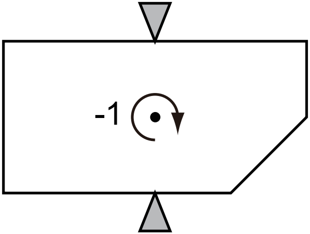
外乱を加える

フォースクロージャ



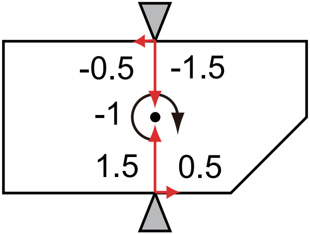
外乱を加える
力とモーメントの釣り合いが保たれる
摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
(摩擦係数 $=$ 0.5)

フォースクロージャ



外乱を加える

フォースクロージャ

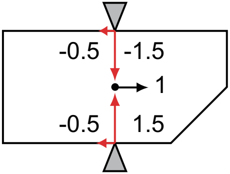


外乱を加える
力とモーメントの釣り合いが保たれる
摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
(摩擦係数 $=$ 0.5)

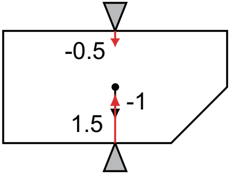
フォースクロージャ

$f_x = 3, f_y = -2, m = -1$ に対する把持力

$3 \times$

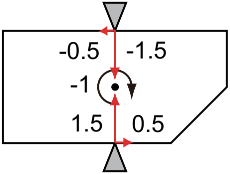


$+ \ 2 \times$



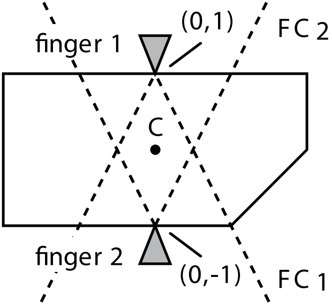
$+$

$1 \times$



指 1	$[-2, -7]^{\mathrm{T}}$	
	垂直抗力の大きさ	7
	摩擦力の大きさ	2
指 2	$[-1, 9]^{\mathrm{T}}$	
	垂直抗力の大きさ	9
	摩擦力の大きさ	1

判定法



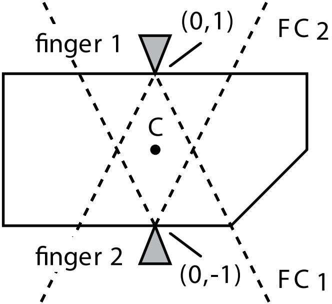
指 1 の最大静止摩擦力

$$f_1^1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad f_1^2 = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

指 1 が物体に与えることが可能な力

$$c_1^1 f_1^1 + c_1^2 f_1^2 \quad (c_1^1 \geq 0, c_1^2 \geq 0)$$

判定法



指 1 が物体に与えることが可能な力

$$c_1^1 \boldsymbol{f}_1^1 + c_1^2 \boldsymbol{f}_1^2$$

指 1 が物体に与えることが可能なモーメント

$$\boldsymbol{x}_1 \times (c_1^1 \boldsymbol{f}_1^1 + c_1^2 \boldsymbol{f}_1^2) = c_1^1(-0.5) + c_1^2(0.5)$$

判定法

レンチ (wrench)

$$\boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} \text{力} \\ \text{モーメント} \end{bmatrix}$$

平面運動：レンチ：3 次元ベクトル
空間運動：レンチ：6 次元ベクトル

判定法

指 1 が物体に与えることが可能なレンチ

$$c_1^1 \boldsymbol{w}_1^1 + c_1^2 \boldsymbol{w}_1^2 \quad (c_1^1 \geq 0, c_1^2 \geq 0)$$

ここで

$$\boldsymbol{w}_1^1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_1^1 \\ \boldsymbol{x}_1 \times \boldsymbol{f}_1^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{w}_1^2 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_1^2 \\ \boldsymbol{x}_1 \times \boldsymbol{f}_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

判定法

指 2 が物体に与えることが可能なレンチ

$$c_2^1 \boldsymbol{w}_2^1 + c_2^2 \boldsymbol{w}_2^2 \quad (c_2^1 \geq 0, c_2^2 \geq 0)$$

ここで

$$\boldsymbol{w}_2^1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_2^1 \\ \boldsymbol{x}_2 \times \boldsymbol{f}_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{w}_2^2 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_2^2 \\ \boldsymbol{x}_2 \times \boldsymbol{f}_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 1 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

判定法

指 1,2 が物体に与えることが可能なレンチ

$$c_1^1 \boldsymbol{w}_1^1 + c_1^2 \boldsymbol{w}_1^2 + c_2^1 \boldsymbol{w}_2^1 + c_2^2 \boldsymbol{w}_2^2$$
$$(c_1^1 \geq 0, c_1^2 \geq 0, c_2^1 \geq 0, c_2^2 \geq 0)$$

可能なレンチが全レンチ空間をカバー

$$\Downarrow$$

フォースクロージャ

判定法

```
W = [
     0.5, -0.5, 0.5, -0.5;
    -1,   -1,   1,    1;
    -0.5   0.5, 0.5, -0.5
    ];

status = non_zero_sol_homogeneous_ineqs(W');
if status == 0
    disp("force closure");
else
    disp("not force closure");
end
```

判定法

```
>> force_closure_check

Optimal solution found.

force closure
>>
```

まとめ

運動制約

運動制約の定式化
フォームクロージャ：物体の運動をすべて制約
フォームクロージャの判定

把持

フォースクロージャ：外乱に対して釣り合いを保つ
フォースクロージャの判定

レポート (MATLAB Grader)

MATLAB grader 「物体操作」
締切：1 月 15 日（月曜）午前 1 時