知能科学：グラフと経路計画

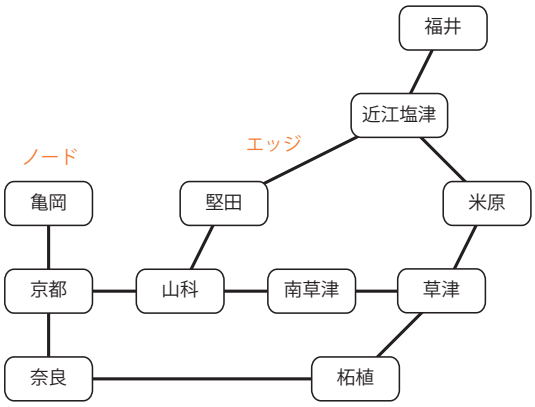
平井 慎一

立命館大学 ロボティクス学科

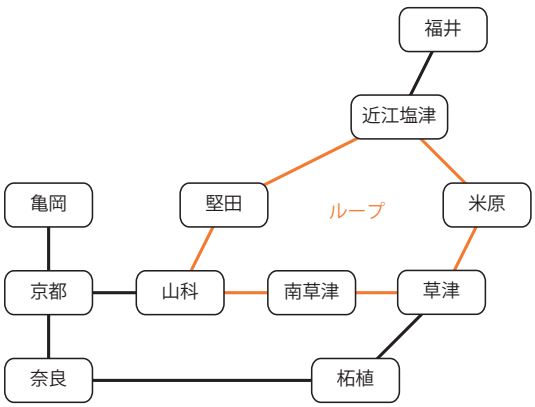
講義の流れ

1. グラフ
2. 最短経路問題
3. ダイクストラのアルゴリズム
4. 最大フロー問題
5. ゲーム木
6. 二人零和ゲーム
7. まとめ

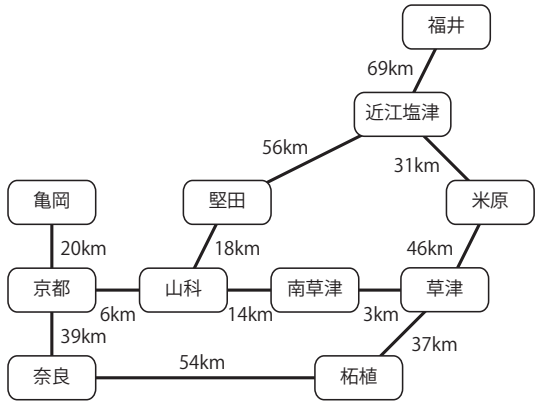
グラフ



グラフ



グラフ

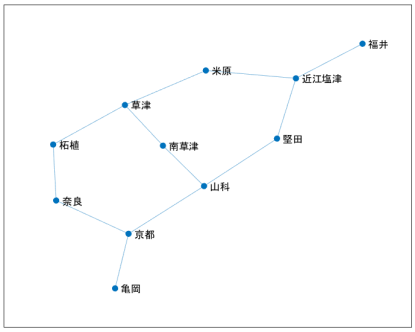


MATLAB

```
names = {'南草津', '山科', '京都', ...
'堅田', '近江塩津', '米原', '草津', ...
'福井', '亀岡', '奈良', '柘植'};

snode = [  1,  2,  2,  4,  5,  5,  ...
           6,  7,  7,  3,  3, 10 ];
tnode = [  2,  3,  4,  5,  6,  8,  ...
           7,  1, 11,  9, 10, 11 ];

dist  = [ 14,  6, 18, 56, 31, 69, ...
          46,  3, 37, 20, 39, 54 ];

g = graph(snode,tnode,dist,names);
```

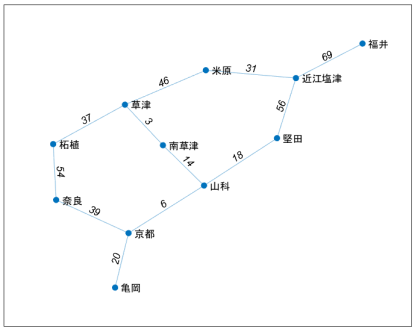

MATLAB

```
plot(g);
```



MATLAB

```
plot(g, 'EdgeLabel',g.Edges.Weight);
```



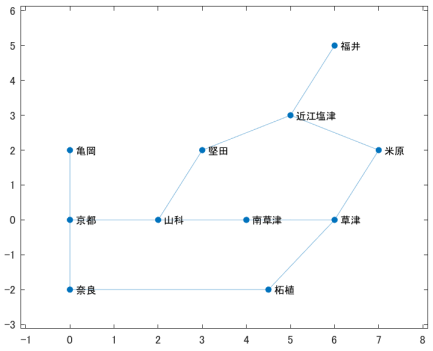
MATLAB

ノードの表示場所を指定

```
x = [ 4, 2, 0, 3, 5, 7, 6, 6, 0,  0, 4.5 ];
y = [ 0, 0, 0, 2, 3, 2, 0, 5, 2, -2,  -2 ];
```

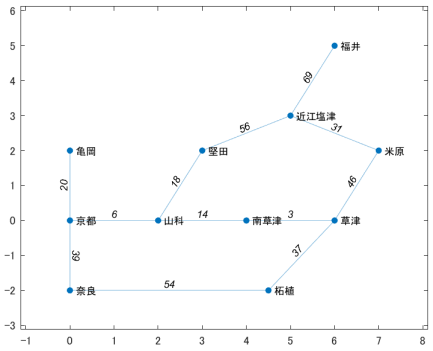

MATLAB

```
plot(g, 'XData',x,'YData',y);
```



MATLAB

```
plot(g, 'XData',x,'YData',y, 'EdgeLabel',g.Edges.Weight);
```

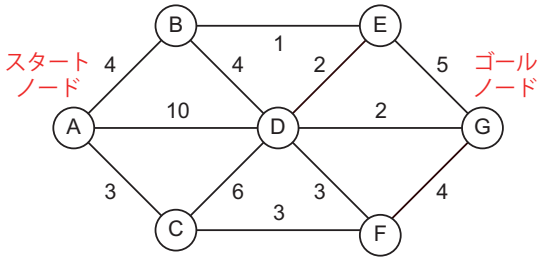


最短経路問題

奈良から福井へ至る最短経路 (shortest path)

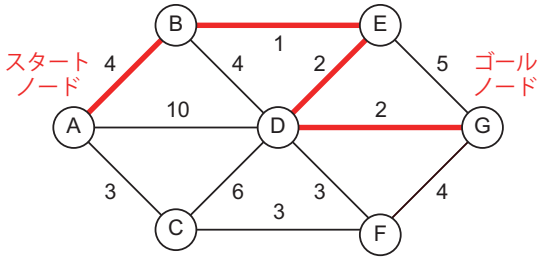
```
>> shortestpath(g,'奈良','福井')

ans =

  1×6 の cell 配列

    '奈良'    '京都'    '山科'    '堅田'    '近江塩津'
'福井'
```


最短経路問題



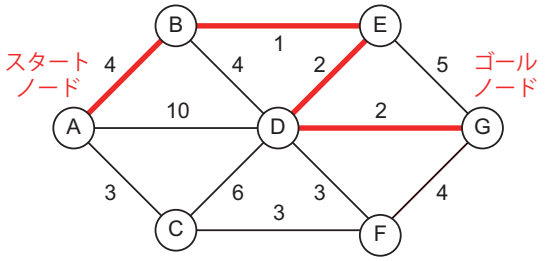
ノード A からノード G へ至る最短の経路

最短経路問題



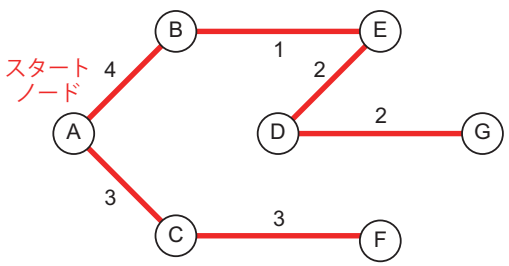
最短経路 $A \to B \to E \to D \to G$
最短距離 $= 4 + 1 + 2 + 2 = 9$

最短経路問題



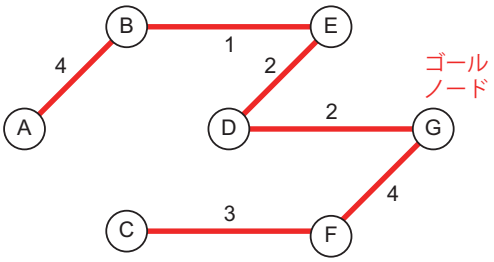
ノード A からノード B, E, D への最短経路
ノード B, E, D からノード G への最短経路
$\Rightarrow$ 最短経路の一部

最短経路木



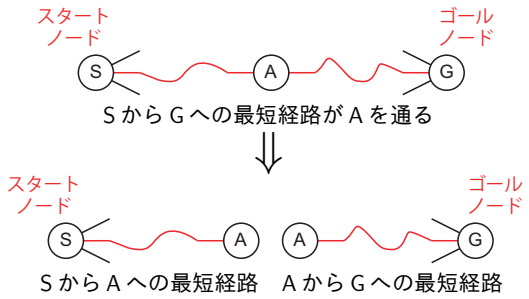
ノード A から他のノードへの最短経路
$\Rightarrow$ 最短経路木（ループのないグラフ）

最短経路木



他のノードからノード G への最短経路
⇒ 最短経路木（ループのないグラフ）

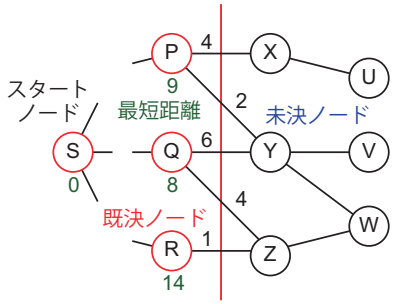
ポントリャーギンの最適性原理



ダイクストラ　Edsger Dijkstra (1930　2002)

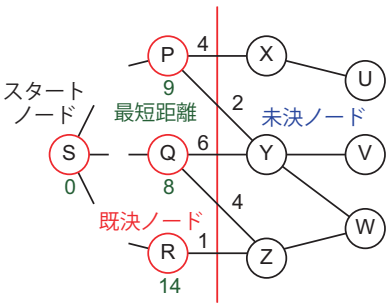
- オランダの情報工学者
- ダイクストラのアルゴリズム (1959)
- 構造化プログラミングの提唱
- 1972 年チューリング賞

ダイクストラのアルゴリズム



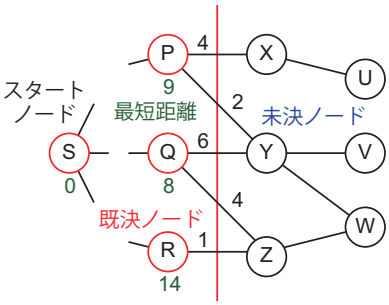
既決ノード　最短距離が既決　　未決ノード　最短距離が未決
既決ノードを順次求める

ダイクストラのアルゴリズム

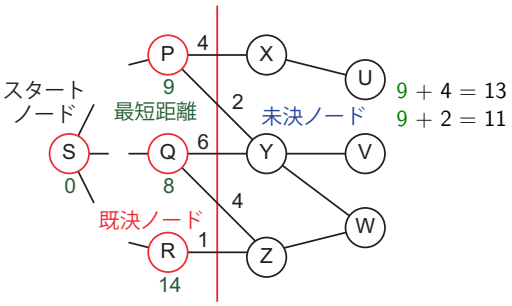


既決ノードからエッジを通って未決ノードへ至るパス
このようなパスにおける最短距離を求める

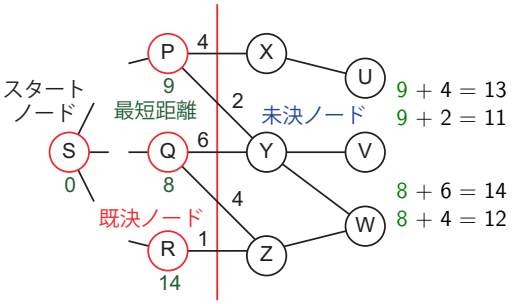
ダイクストラのアルゴリズム



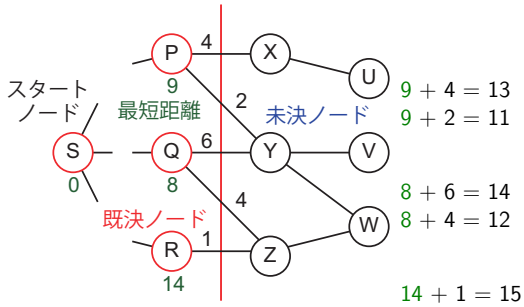
ダイクストラのアルゴリズム



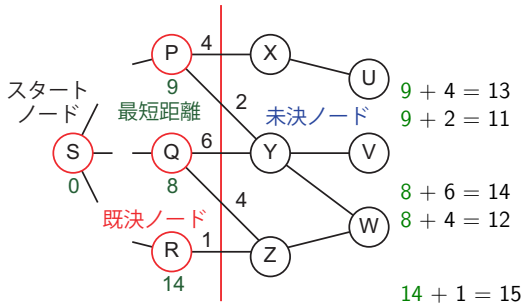
ダイクストラのアルゴリズム



ダイクストラのアルゴリズム

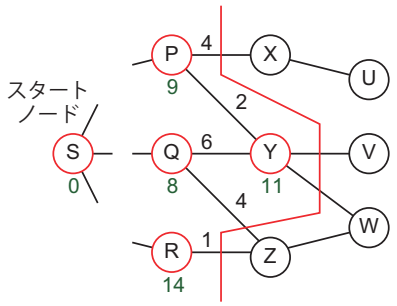


ダイクストラのアルゴリズム



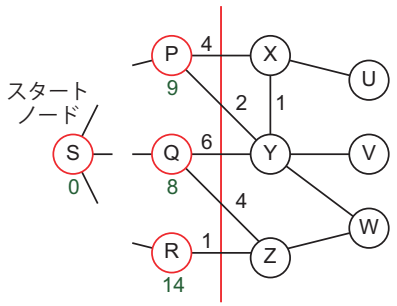
$9 + 2 = 11$ が最小
S $\rightarrow \cdots \rightarrow$ P $\rightarrow$ Y は最短経路

ダイクストラのアルゴリズム



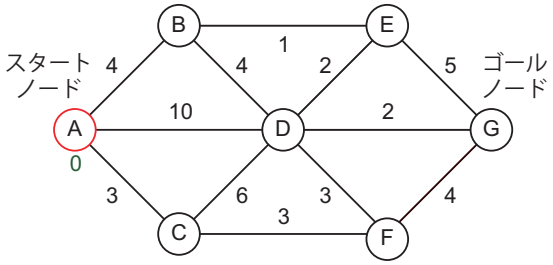
ノード Y の最短距離 $= 11$
ノード Y を既決とする

ダイクストラのアルゴリズム



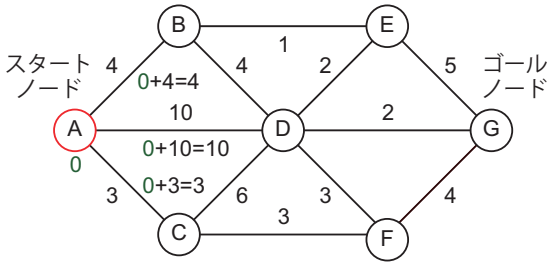
P から Y を通り X へ至る経路が最短の可能性がある
ので S $\rightarrow \cdots \rightarrow$ P $\rightarrow$ X は最短とは言えない

例



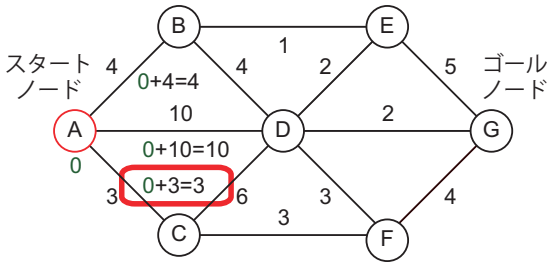
初期化: スタートノードを既決にする (最短距離 0)

例



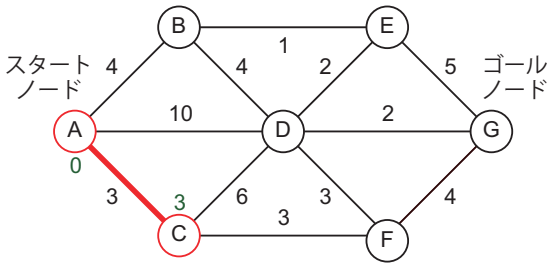
既決ノードを通り未決ノードへ至る経路の距離を計算

例



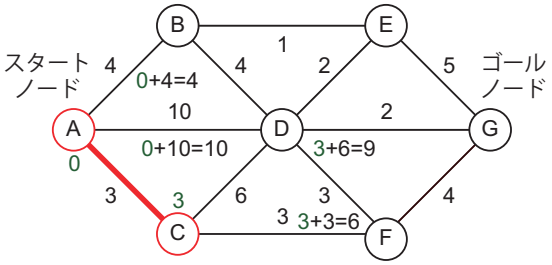
最小の経路を選ぶ

例



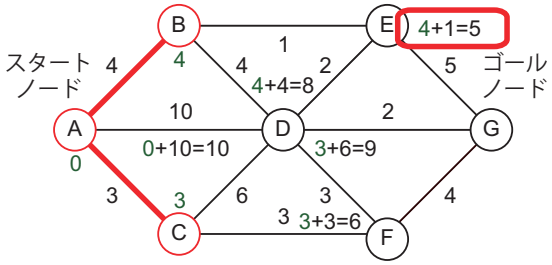
ノード C を既決にする

例



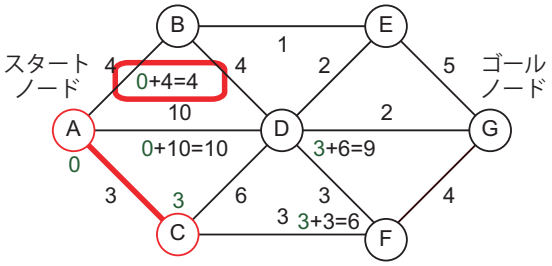
既決ノードを通り未決ノードへ至る経路の距離を計算

例



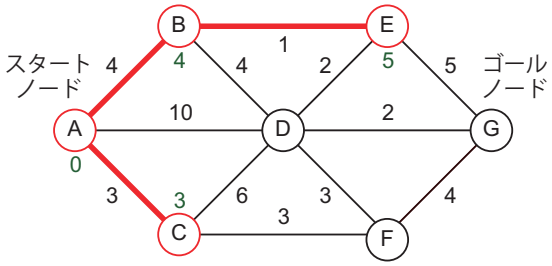
最小の経路を選ぶ

例



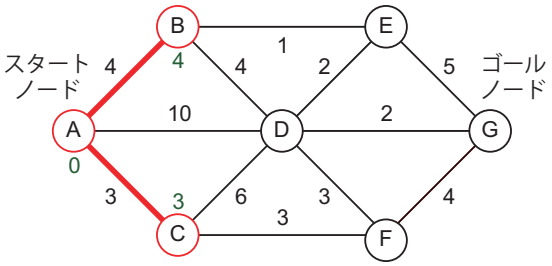
最小の経路を選ぶ

例



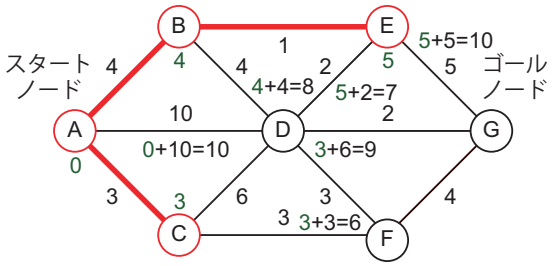
ノード E を既決にする

例



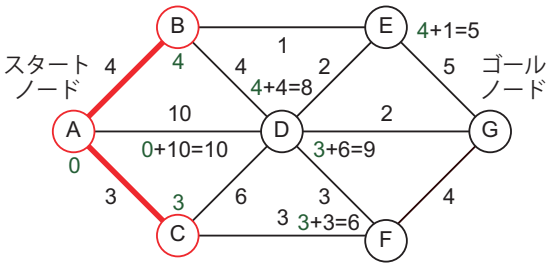
ノード B を既決にする

例



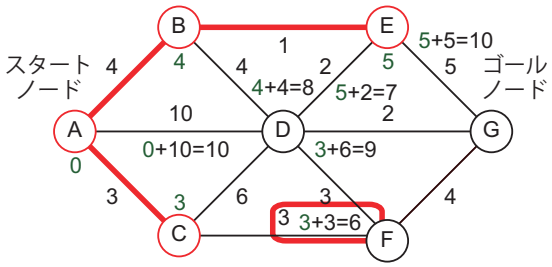
既決ノードを通り未決ノードへ至る経路の距離を計算

例



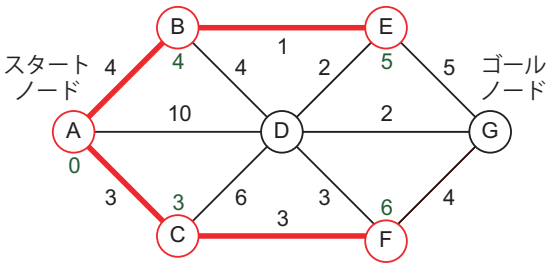
既決ノードを通り未決ノードへ至る経路の距離を計算

例



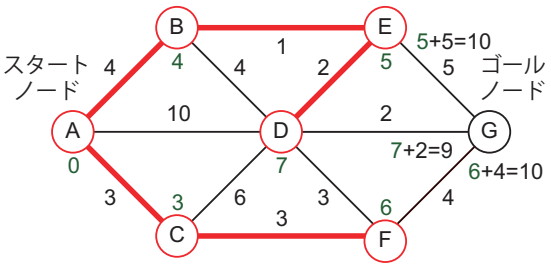
最小の経路を選ぶ

例



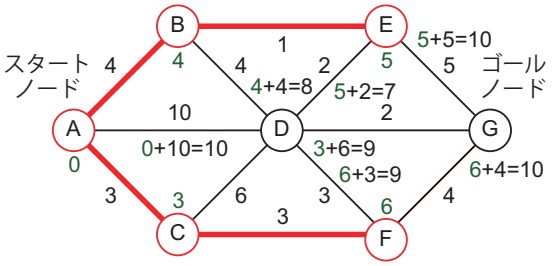
ノード F を既決にする

例



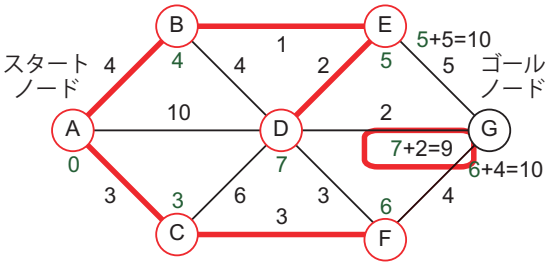
既決ノードを通り未決ノードへ至る経路の距離を計算

例



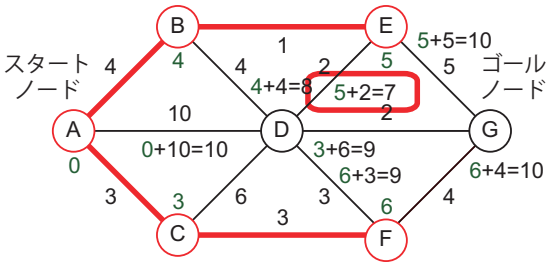
既決ノードを通り未決ノードへ至る経路の距離を計算

例



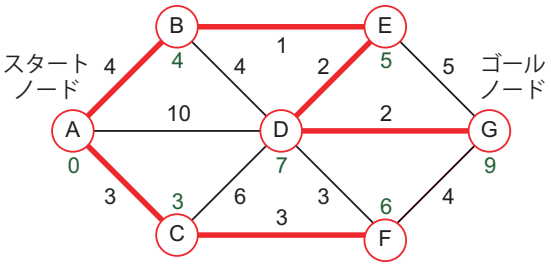
最小の経路を選ぶ

例



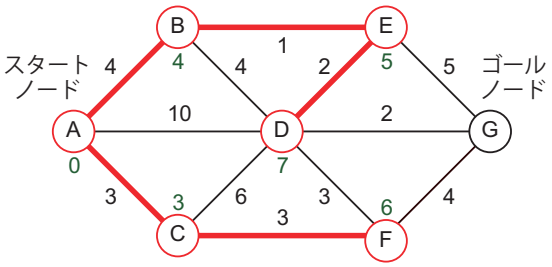
最小の経路を選ぶ

例



ゴールノードを既決にする
停止

例



ノード D を既決にする

ダイクストラのアルゴリズム

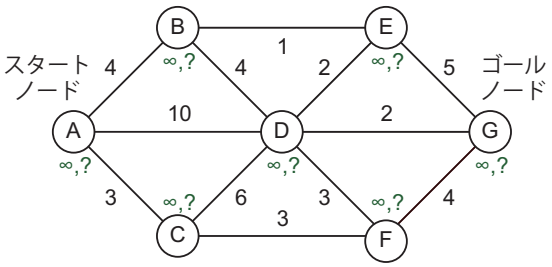
距離の計算の重複を避けるためにラベルを導入する

ラベル

各ノードに付ける
距離, ノード の対

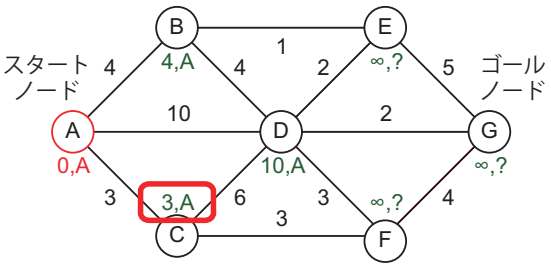
距離	これまでに判った最短距離 さらに短い距離が得られた場合は更新する
ノード	どのノードからの経路か (最短経路木における親ノード)

例



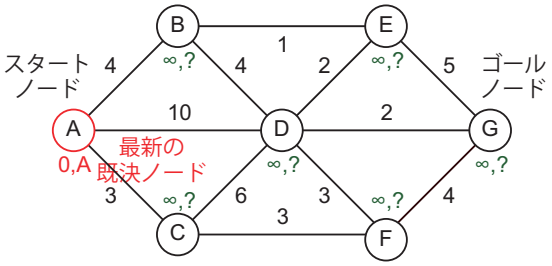
初期ラベル　距離: ∞（無限大）　ノード: ？（不明）

例



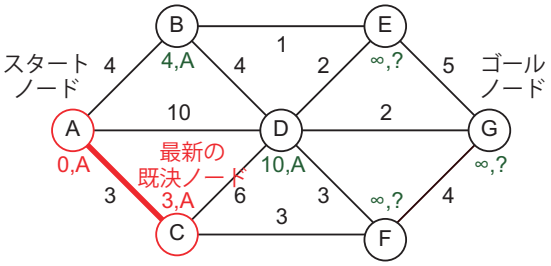
ラベルの距離が最小となる未決ノードを求める

例



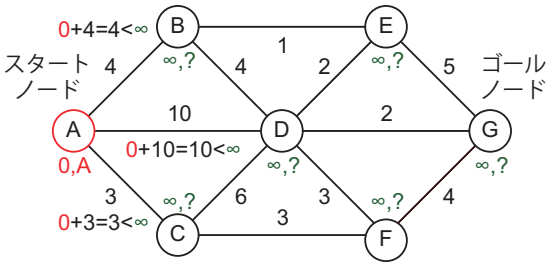
スタートノード A にラベル 0,A を与える
ノード A を既決にする

例



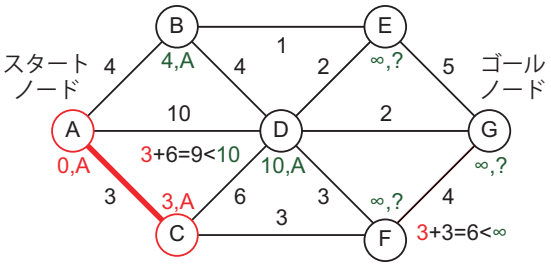
ノード C を既決にする

例



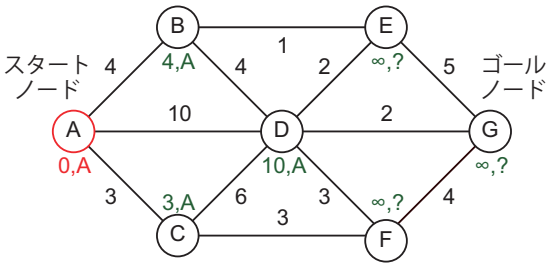
最新の既決ノードから未決ノードへの距離を計算
未決ノードのラベルの距離と比較

例



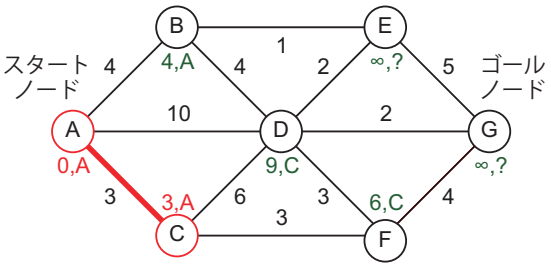
最新の既決ノードから未決ノードへの距離を計算
未決ノードのラベルの距離と比較

例



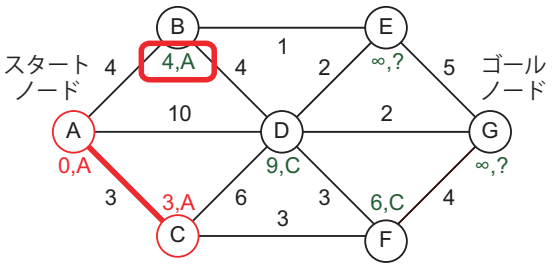
計算した距離 < ラベルの距離ならば，ラベルを更新

例



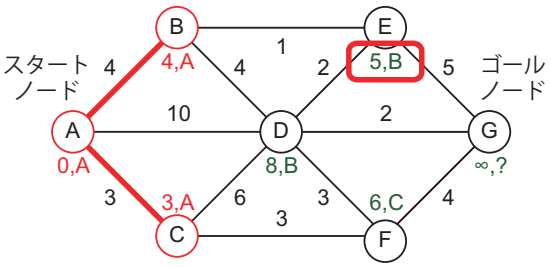
計算した距離 < ラベルの距離ならば，ラベルを更新

例



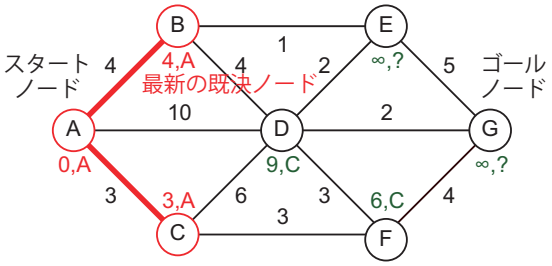
ラベルの距離が最小となる未決ノードを求める

例



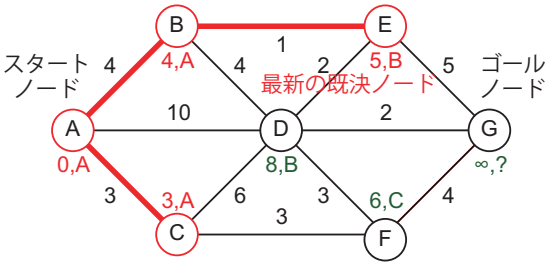
ラベルの距離が最小となる未決ノードを求める

例



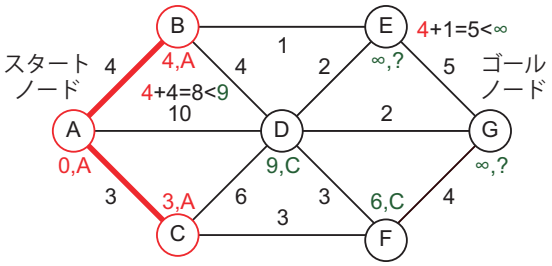
ノード B を既決にする

例



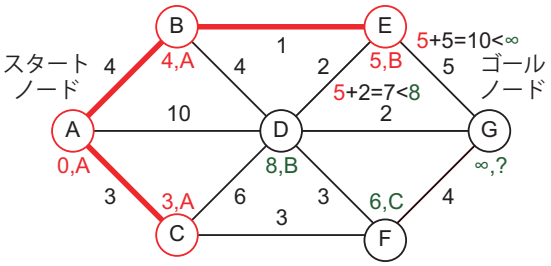
ノード E を既決にする

例



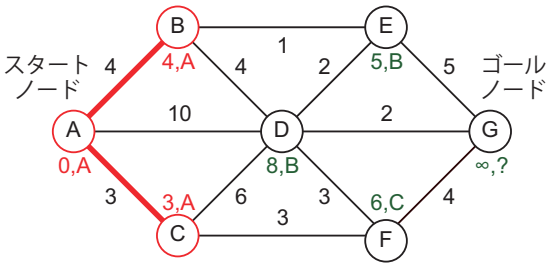
最新の既決ノードから未決ノードへの距離を計算
未決ノードのラベルの距離と比較

例



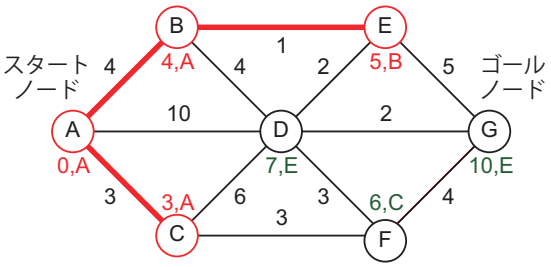
最新の既決ノードから未決ノードへの距離を計算
未決ノードのラベルの距離と比較

例



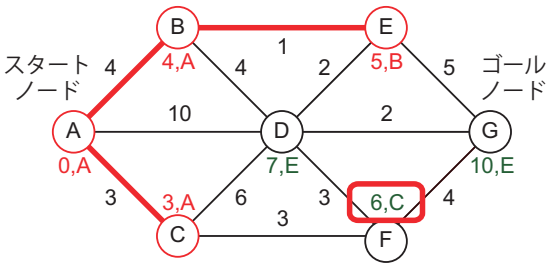
計算した距離 $<$ ラベルの距離ならば，ラベルを更新

例



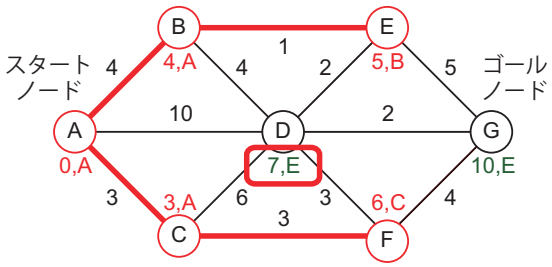
計算した距離 $<$ ラベルの距離ならば，ラベルを更新

例



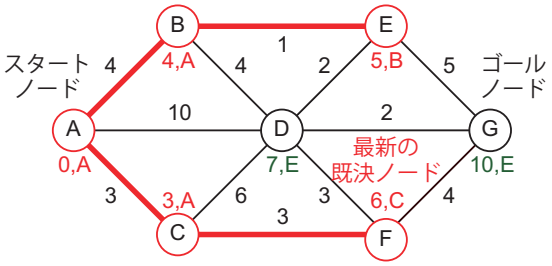
ラベルの距離が最小となる未決ノードを求める

例



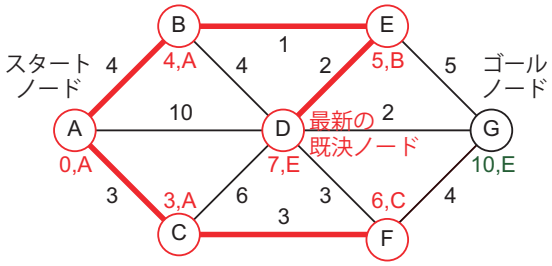
ラベルの距離が最小となる未決ノードを求める

例



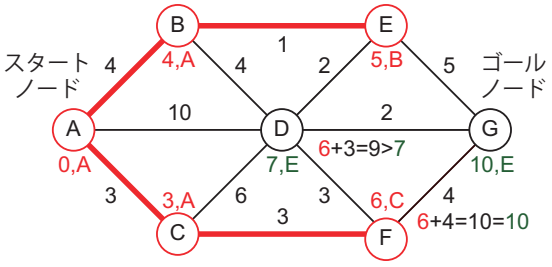
ノード F を既決にする

例



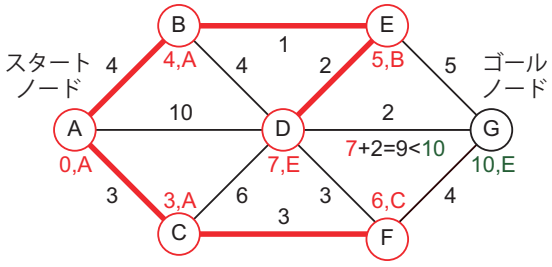
ノード D を既決にする

例



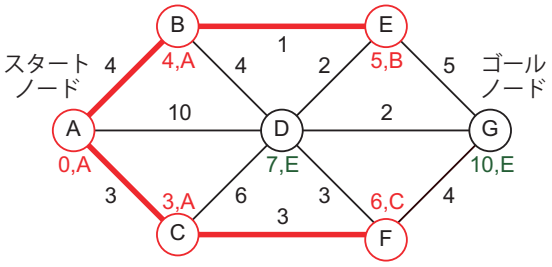
最新の既決ノードから未決ノードへの距離を計算
未決ノードのラベルの距離と比較

例



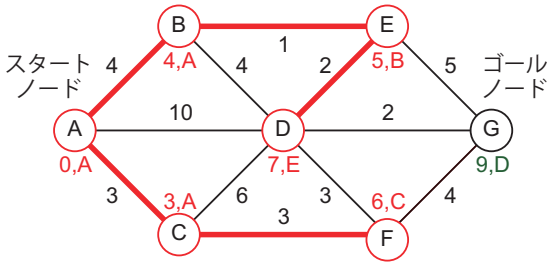
最新の既決ノードから未決ノードへの距離を計算
未決ノードのラベルの距離と比較

例



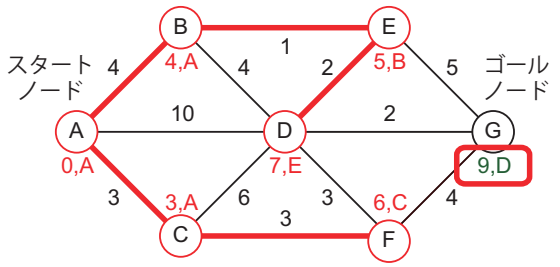
計算した距離 $<$ ラベルの距離ならば，ラベルを更新
（ここでは更新するラベルはない）

例



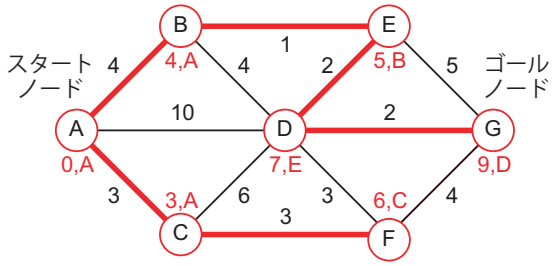
計算した距離 $<$ ラベルの距離ならば，ラベルを更新

例



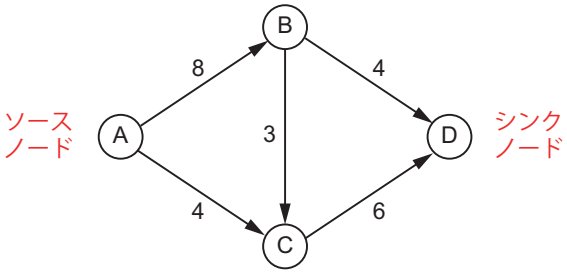
ラベルの距離が最小となる未決ノードを求める

例



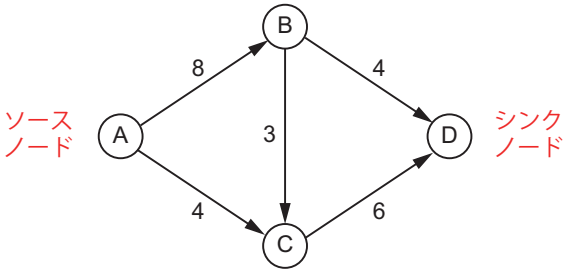
ノード G を既決にする
停止

最大フロー問題



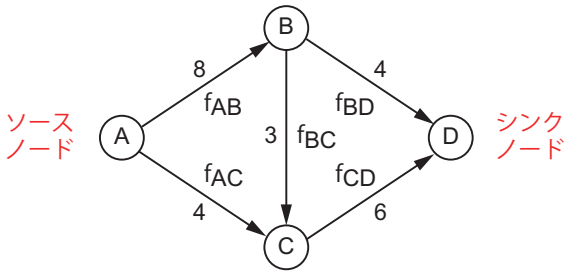
ソースノードからシンクノードに流れが生じる．
エッジに沿って一方向に流れる（有向グラフ）．

最大フロー問題



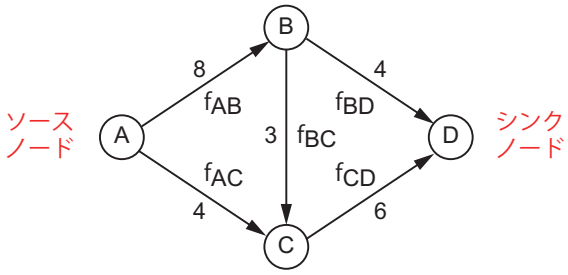
各エッジには流量の上限がある（容量）．
ソースノードからシンクノードへの最大流量を求める．
（電力，水道，通信，$\cdots$）

最大フロー問題



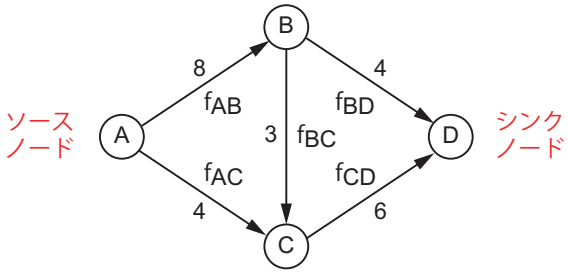
ノード P から Q への流量を f_{PQ} と表す．

最大フロー問題



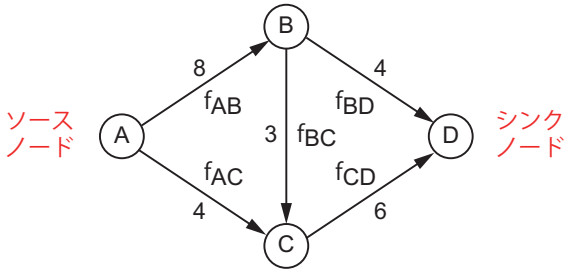
途中のノードでは，流入量と流出量が等しい．
ノード B　$f_{\mathrm{AB}} = f_{\mathrm{BC}} + f_{\mathrm{BD}}$
ノード C　$f_{\mathrm{AC}} + f_{\mathrm{BC}} = f_{\mathrm{CD}}$

最大フロー問題



容量制限
$0 \le f_{\mathrm{AB}} \le 8$　$0 \le f_{\mathrm{AC}} \le 4$　$0 \le f_{\mathrm{BC}} \le 3$
$0 \le f_{\mathrm{BD}} \le 4$　$0 \le f_{\mathrm{CD}} \le 6$

最大フロー問題



流量 flow $= f_{\mathrm{BD}} + f_{\mathrm{CD}}$

最大フロー問題

$$
\begin{aligned}
\text{maximize} \quad & \text{flow} = f_{\mathrm{BD}} + f_{\mathrm{CD}} \\
\text{subject to} \quad & f_{\mathrm{AB}} - f_{\mathrm{BC}} - f_{\mathrm{BD}} = 0 \\
& f_{\mathrm{AC}} + f_{\mathrm{BC}} - f_{\mathrm{CD}} = 0 \\
& 0 \le f_{\mathrm{AB}} \le 8 \\
& 0 \le f_{\mathrm{AC}} \le 4 \\
& 0 \le f_{\mathrm{BC}} \le 3 \\
& 0 \le f_{\mathrm{BD}} \le 4 \\
& 0 \le f_{\mathrm{CD}} \le 6
\end{aligned}
$$

最大フロー問題

変数ベクトルを導入

$$
\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} f_{\mathrm{AB}} \\ f_{\mathrm{AC}} \\ f_{\mathrm{BC}} \\ f_{\mathrm{BD}} \\ f_{\mathrm{CD}} \end{bmatrix}
$$

flow を最大化 $\equiv$ $-$flow を最小化

$$
\text{minimize} \quad -\text{flow} = -f_{\mathrm{BD}} - f_{\mathrm{CD}} = \boldsymbol{c}^{\top}\boldsymbol{x}
$$

$$
\boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}
$$

最大フロー問題

$$
\begin{aligned}
& f_{\mathrm{AB}} - f_{\mathrm{BC}} - f_{\mathrm{BD}} = 0 \\
& f_{\mathrm{AC}} + f_{\mathrm{BC}} - f_{\mathrm{CD}} = 0
\end{aligned}
$$

$$
\Downarrow
$$

$A_{eq}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_{eq}$　　線形条件

$$
A_{eq} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{b}_{eq} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

最大フロー問題

$$
\begin{aligned}
& 0 \le f_{\mathrm{AB}} \le 8 \\
& 0 \le f_{\mathrm{AC}} \le 4 \\
& 0 \le f_{\mathrm{BC}} \le 3 \\
& 0 \le f_{\mathrm{BD}} \le 4 \\
& 0 \le f_{\mathrm{CD}} \le 6
\end{aligned}
$$

$$
\Downarrow
$$

$\boldsymbol{l}_b \le \boldsymbol{x} \le \boldsymbol{u}_b$　　下限 (lower bound) と上限 (upper bound)

$$
\boldsymbol{l}_b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{u}_b = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}
$$

最大フロー問題

$$
\begin{aligned}
\text{minimize} \quad & \boldsymbol{c}^{\top}\boldsymbol{x} \\
\text{subject to} \quad & A_{eq}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_{eq} \\
& \boldsymbol{l}_b \le \boldsymbol{x} \le \boldsymbol{u}_b
\end{aligned}
$$

$$
\Downarrow
$$

目的関数と制約式がすべて線形

$$
\Downarrow
$$

線形計画問題（linear programming，略して LP）
MATLAB の `linprog` を用いて解くことができる

最大フロー問題

```
[x,fmin] = linprog(c, Aineq,bineq, Aeq,beq, lb,ub)
```

$$
\begin{aligned}
\text{minimize} \quad & \boldsymbol{c}^{\top}\boldsymbol{x} \\
\text{subject to} \quad & A_{ineq}\boldsymbol{x} \le \boldsymbol{b}_{ineq} \\
& A_{eq}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_{eq} \\
& \boldsymbol{l}_b \le \boldsymbol{x} \le \boldsymbol{u}_b
\end{aligned}
$$

を解く．

maximize g は minimize $f = -g$ とする．
不等式制約がない場合は `Aineq = [], bineq = []` とする．
等式制約がない場合は `Aeq = [], beq = []` とする．
上限や下限の指定がない場合は `lb = []` あるいは `ub = []` とする．

最大フロー問題

ファイル `max_flow_LP.m`

```
% 目的関数
c = [ 0;
      0;
      0;
     -1;
     -1 ];
% 線形条件
Aeq = [ 1, 0, -1, -1,  0;
        0, 1,  1,  0, -1 ];
beq = [ 0;
        0 ];
```


最大フロー問題

ファイル `max_flow_LP.m`

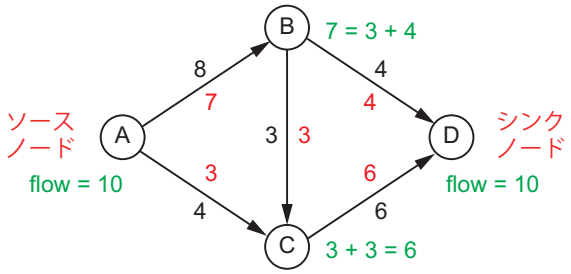
```
% 下限と上限
lb = zeros(5,1);
ub = [ 8;
       4;
       3;
       4;
       6 ];

% 線形計画法
[x,fmin] = linprog(c, [],[], Aeq,beq, lb,ub);
x
flow = -fmin;
flow
```

最大フロー問題

実行結果

```
>> max_flow_LP

最適解が見つかりました。

x =
     7
     3
     3
     4
     6

flow =
    10

>>
```


最大フロー問題



$$\begin{bmatrix} f_{AB} \\ f_{AC} \\ f_{BC} \\ f_{BD} \\ f_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

最大フロー問題

下限と上限を不等式条件で表す

$$0 \le f_{AB} \le 8 \rightarrow -f_{AB} \le 0, f_{AB} \le 8$$
$$0 \le f_{AC} \le 4 \rightarrow -f_{AC} \le 0, f_{AC} \le 4$$
$$\cdots$$

$$\begin{bmatrix} -1 & & & & & \\ & -1 & & & & \\ & & -1 & & & \\ & & & -1 & & \\ & & & & -1 & \\ 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{AB} \\ f_{AC} \\ f_{BC} \\ f_{BD} \\ f_{CD} \end{bmatrix} \le \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 8 \\ 4 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

最大フロー問題

ファイル max_flow_LP_2.m

```
% 線形不等式
Aineq = [ -eye(5); eye(5) ];
bineq = [ zeros(5,1); 8; 4; 3; 4; 6 ];

% 線形計画法
[x,fmin] = linprog(c, Aineq,bineq, Aeq,beq, [],[]);
x
flow = -fmin;
flow
```


最大フロー問題

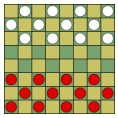
実行結果

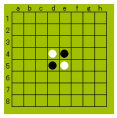
```
>> max_flow_LP_2

最適解が見つかりました。

x =
     7
     3
     3
     4
     6

flow =
    10

>>
```


歴史

1949 クロード・シャノン
「チェスをするコンピュータのプログラミング」
1996 ディープ・ブルー (コンピュータ) 1 勝
ガルリ・カスパロフ 3 勝　2 引き分け
2007 チェッカーの完全解析 (引き分け)
2008 6×6 リバーシの完全解析 (後手必勝)

チェス


チェッカー


リバーシ
(オセロ)

叡王戦/電王戦

叡王戦で優勝した棋士がコンピュータプログラムと対戦

2016 年
コンピュータ 2 勝 0 敗

2017 年
名人がコンピュータと対局
コンピュータ 2 勝 0 敗

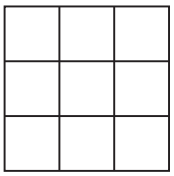
囲碁

2015 年　アルファ碁がプロ棋士（二段）に勝利
2016 年　アルファ碁がプロ棋士（九段）に勝利
(世界戦優勝経験棋士)

モンテカルロ探索と深層学習を使用

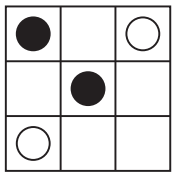
ゲーム

三目並べ



ゲーム

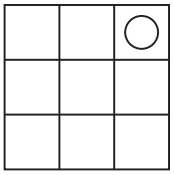
三目並べ



平井 慎一 (立命館大学 ロボティクス学科) 知能科学：グラフと経路計画 63 / 84

ゲーム

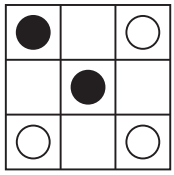
三目並べ



平井 慎一 (立命館大学 ロボティクス学科) 知能科学：グラフと経路計画 63 / 84

ゲーム

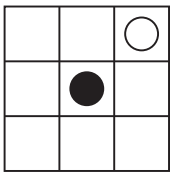
三目並べ



平井 慎一 (立命館大学 ロボティクス学科) 知能科学：グラフと経路計画 63 / 84

ゲーム

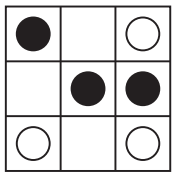
三目並べ



平井 慎一 (立命館大学 ロボティクス学科) 知能科学：グラフと経路計画 63 / 84

ゲーム

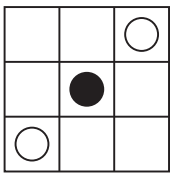
三目並べ



平井 慎一 (立命館大学 ロボティクス学科) 知能科学：グラフと経路計画 63 / 84

ゲーム

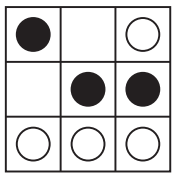
三目並べ



平井 慎一 (立命館大学 ロボティクス学科) 知能科学：グラフと経路計画 63 / 84

ゲーム

三目並べ



平井 慎一 (立命館大学 ロボティクス学科) 知能科学：グラフと経路計画 63 / 84

ゲーム

三目並べ，五目並べ，囲碁，将棋，
チェス，チェッカー，リバーシ（オセロ）

二人	two-person	
零和	zero-sum	
有限	finite	ゲーム
確定	deterministic	
完全情報	perfect information	

コントラクトブリッジ	確定，不完全情報
バックギャモン	不確定，完全情報，
マージャン	確定，不完全情報，多人数（四人）
ダイヤモンドゲーム	多人数（三人）

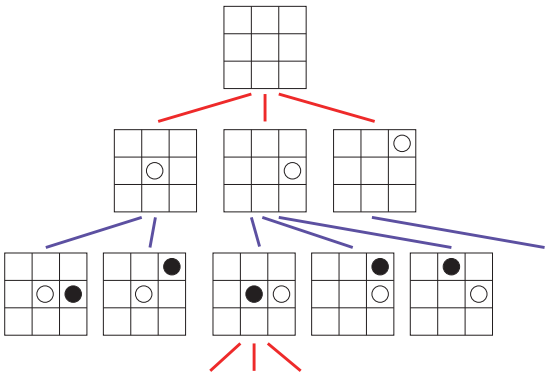
ゲーム

二人	two-person	
零和	zero-sum	
有限	finite	ゲーム
確定	deterministic	
完全情報	perfect information	

$\Downarrow$

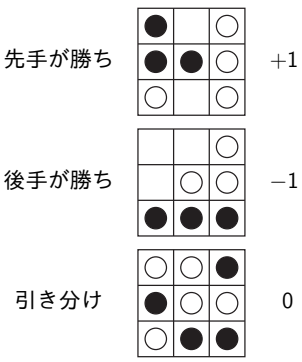
双方のプレーヤーが最善手
$\Longrightarrow$ 先手必勝，後手必勝，引き分け

ゲーム木

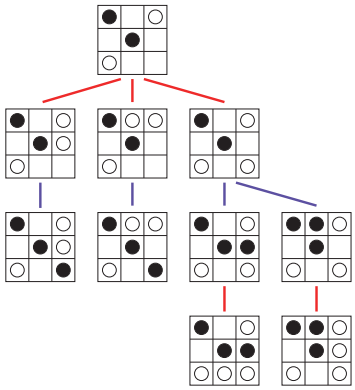


局面の評価

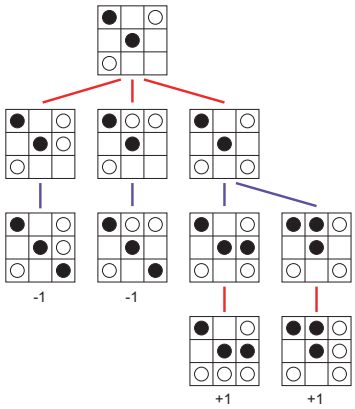
局面に数値を対応させる



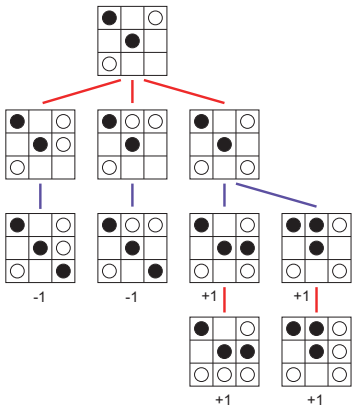
局面の評価



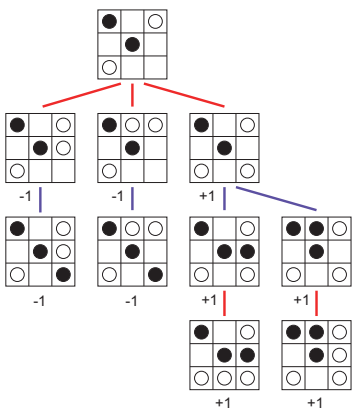
局面の評価



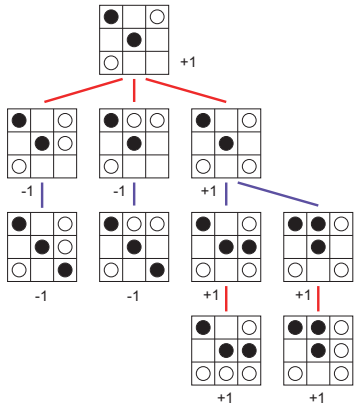
局面の評価



局面の評価



局面の評価



局面の評価

局面に数値を対応させる

先手が有利　正の数 (+)
後手が有利　負の数 (−)

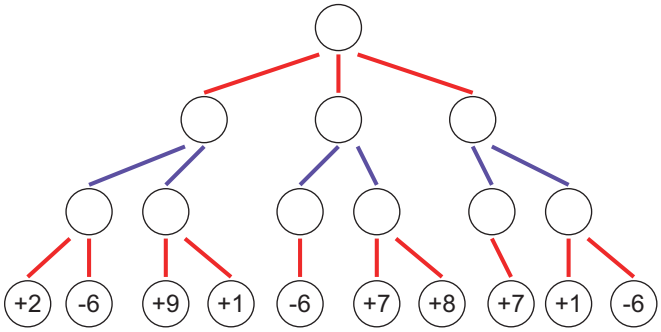
将棋の場合

- 駒の損得
  (e.g. 飛 19 点，角 17 点，金 11 点，銀 10 点，· · ·)
- 駒の配置 (駒の接続　玉の防御)
- · · ·

複数の項目を評価し，それらから一つの評価値を計算

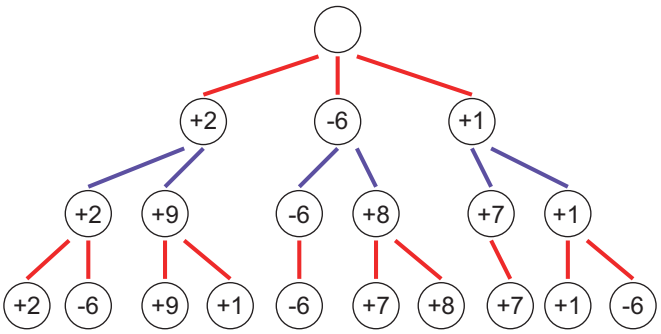
局面の評価

先手の番



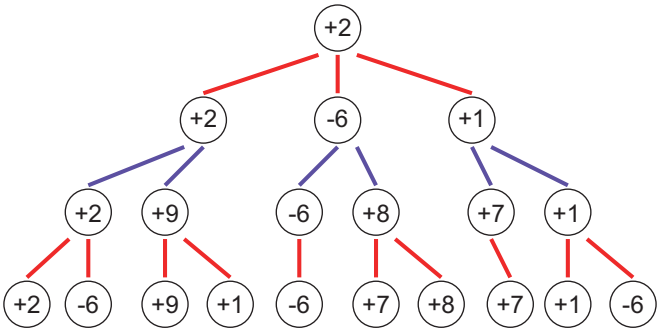
局面の評価

先手の番



局面の評価

先手の番

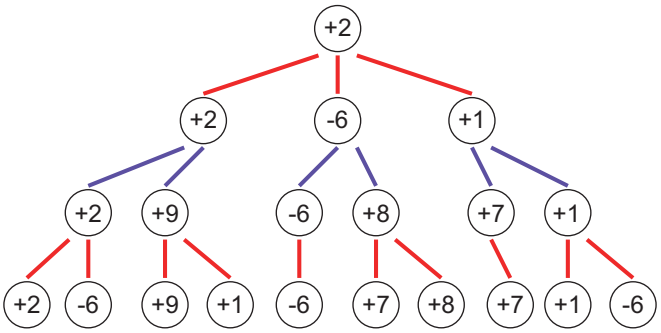


局面の評価

先手の番

局面の評価

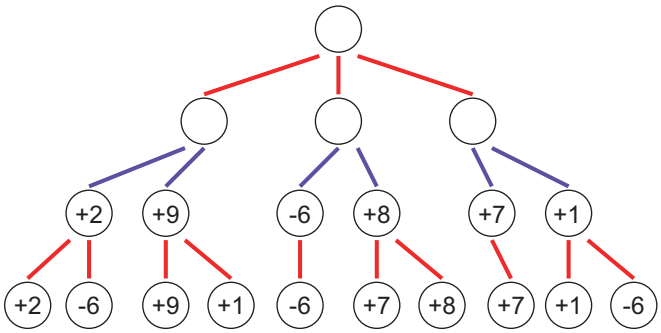
先手の番



ミニマックス (minimax) 法

局面の評価

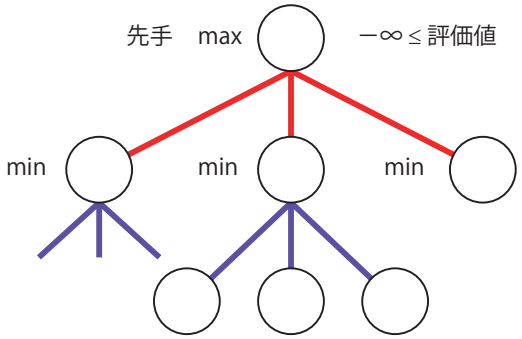
先手の番



ミニマックス法

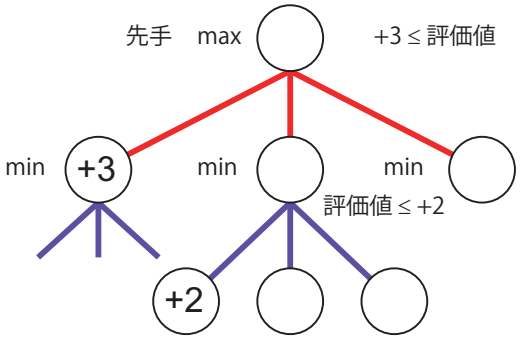
```
score = minimax (node, depth)
    if (depth == 0) return (node の評価値);
    if node が先手の局面
        max = -∞
        foreach node のすべての子ノード child
            評価値 = minimax(child, depth-1);
            if 評価値 > max ならば max = 評価値;
        return max;
    if node が後手の局面
        min = ∞
        foreach node のすべての子ノード child
            評価値 = minimax(child, depth-1);
            if 評価値 < min ならば min = 評価値;
        return min;
end
```

アルファベータ法



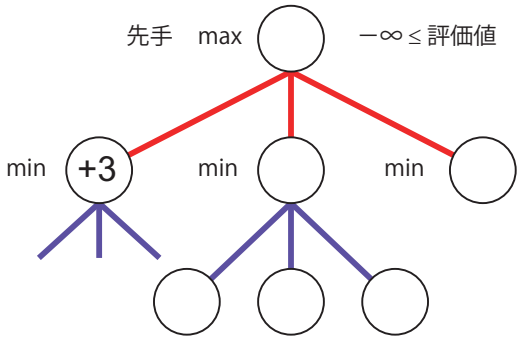
先手番で評価値を求める

アルファベータ法



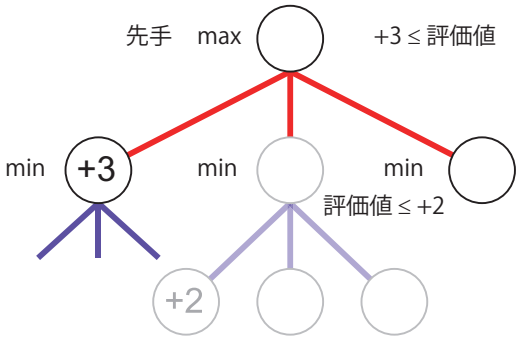
二つ目の子ノードの評価値は +2 以下（評価値の上限）

アルファベータ法



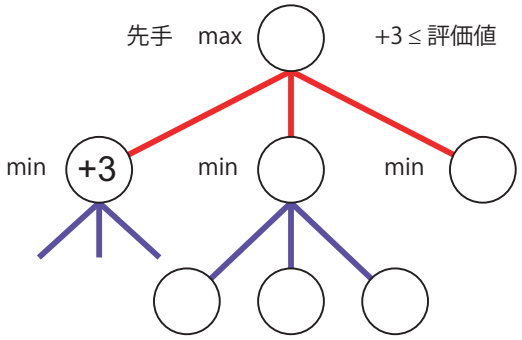
一つめの子ノードで評価値 +3 を得た

アルファベータ法



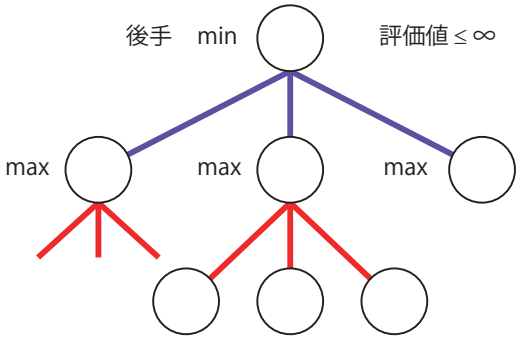
二つ目の子ノードを評価する必要はないので，カットする（ベータカット）

アルファベータ法



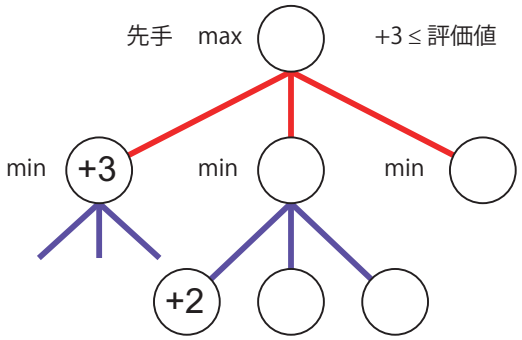
親ノードの評価値は +3 以上（評価値の下限）

アルファベータ法



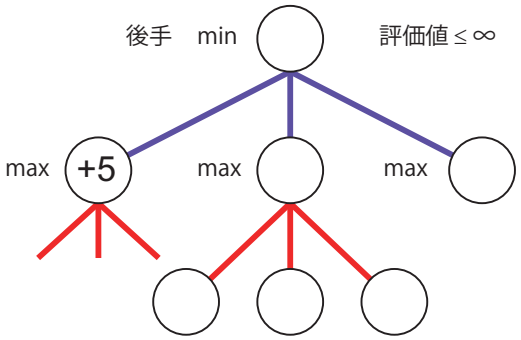
後手番で評価値を求める

アルファベータ法



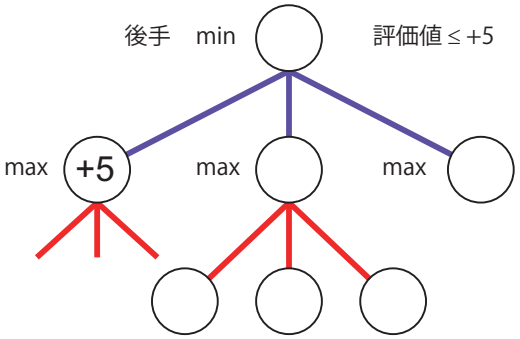
二つめの子ノードで評価値を計算．孫ノードで評価値 +2 を得た

アルファベータ法



一つめの子ノードで評価値 +5 を得た

アルファベータ法



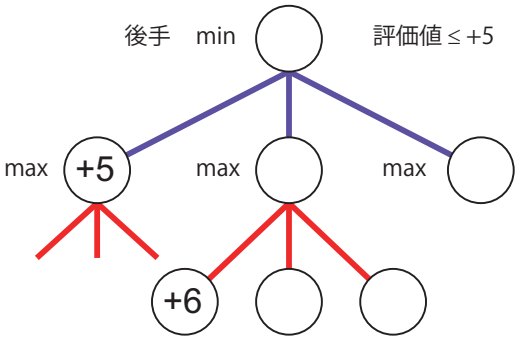
親ノードの評価値は $+5$ 以下（評価値の上限）

アルファベータ法

```
score = alphabeta (node, depth, α, β)
    if (depth == 0) return (node の評価値);
    if node が先手の局面
      foreach node のすべての子ノード child
        α = max (α, alphabeta(child, depth-1, α, β);
        if α ≧ β ならば break;
      return α;
    if node が後手の局面
      foreach node のすべての子ノード child
        β = min (β, alphabeta(child, depth-1, α, β);
        if α ≧ β ならば break;
      return β;
end
```

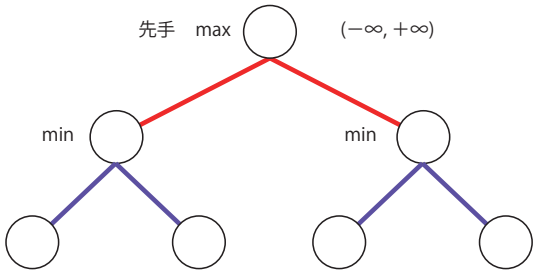
alphabeta(現在の局面, depth, $-\infty$, $+\infty$) で実行

アルファベータ法



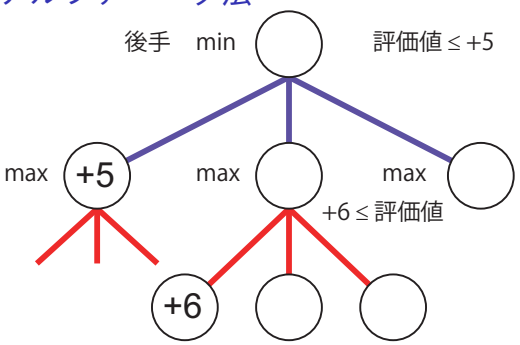
二つめの子ノードで評価値を計算．孫ノードで評価値 $+6$ を得た

アルファベータ法



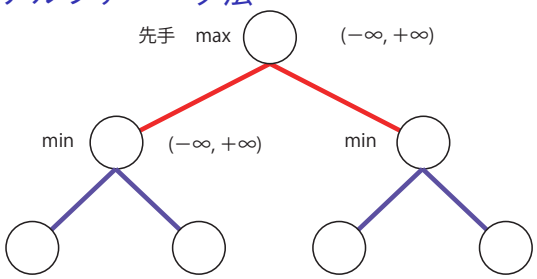
先手番で評価値を求める．$(\alpha, \beta) = (-\infty, +\infty)$

アルファベータ法



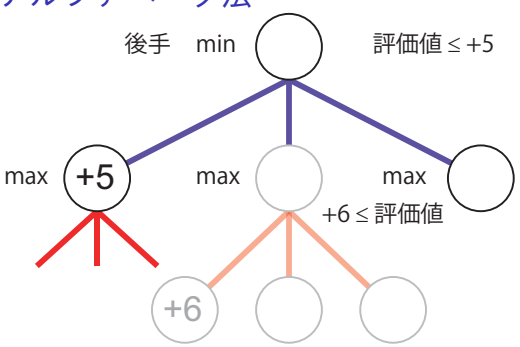
二つ目の子ノードの評価値は $+6$ 以上（評価値の下限）

アルファベータ法



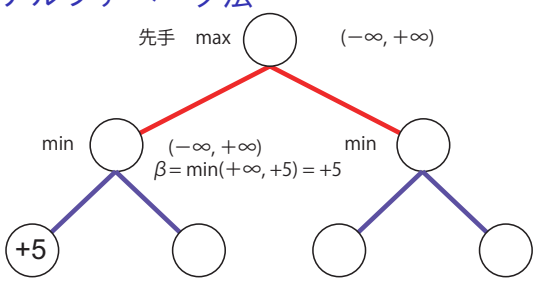
一つめの子ノードで評価値を求める

アルファベータ法



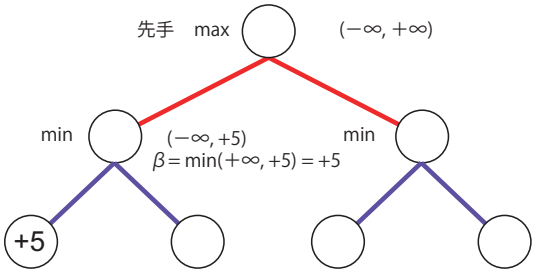
二つ目の子ノードを評価する必要はないので，カットする
（アルファカット）

アルファベータ法



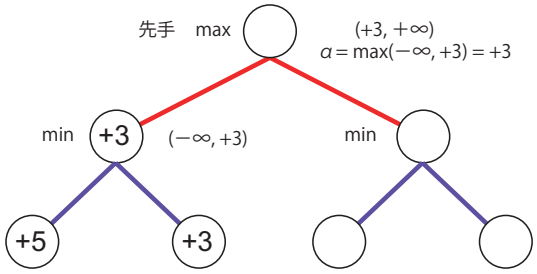
評価値 $+5$ を得た．β の値を計算

アルファベータ法



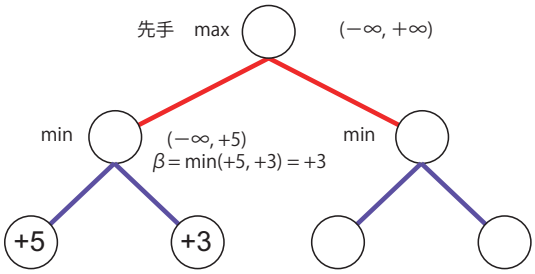
$(\alpha, \beta) = (-\infty, +5)$

アルファベータ法



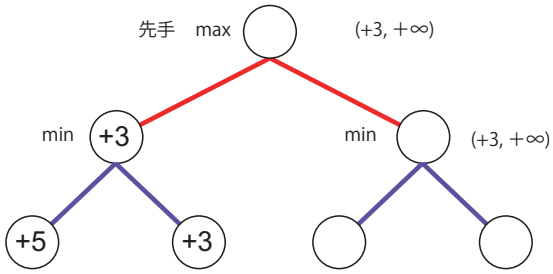
$(\alpha, \beta) = (+3, +\infty)$

アルファベータ法



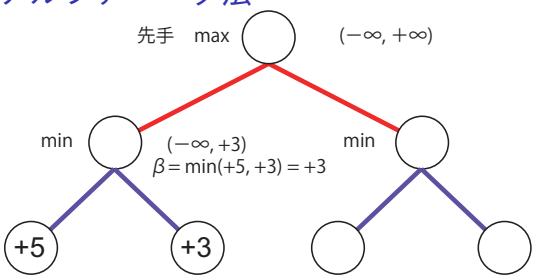
評価値 $+3$ を得た．β の値を計算

アルファベータ法



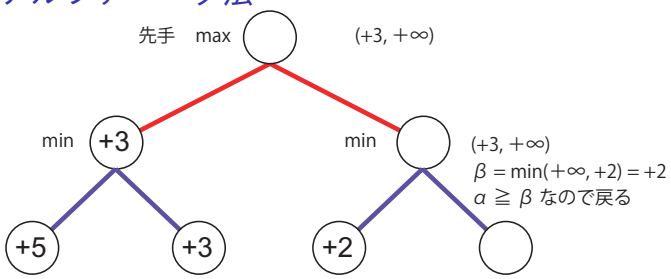
二つめの子ノードで評価値を求める

アルファベータ法



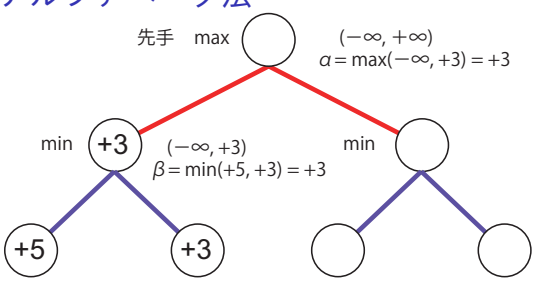
$(\alpha, \beta) = (-\infty, +3)$

アルファベータ法



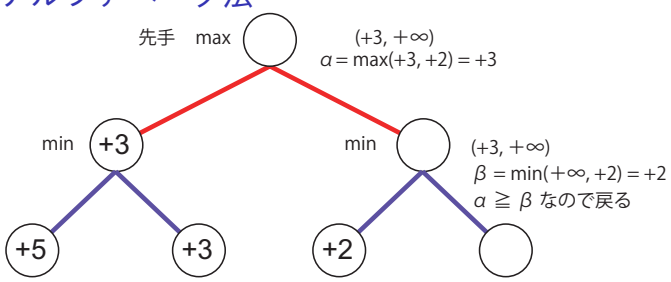
評価値 $+2$ を得た．β の値を計算．$\alpha \geq \beta$

アルファベータ法



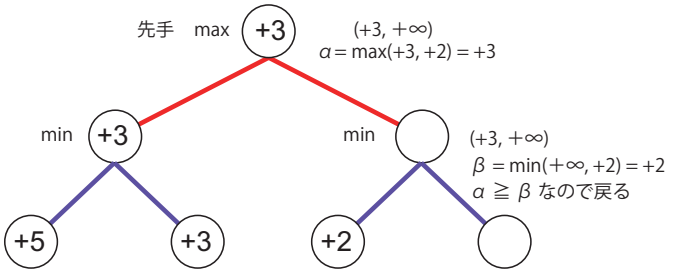
評価値 $+3$ を得た．α の値を計算

アルファベータ法



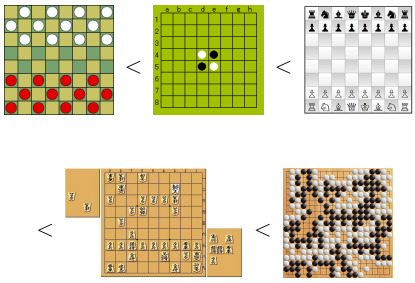
二つ目の子ノードにおける計算を打ち切る．α の値を計算

アルファベータ法



評価値 +3 を得た．

局面における場合の数



局面の評価

評価関数を人が試行錯誤し作成

⇓

評価関数をデータから自動的に作成（学習）
評価関数をコンピュータが指した結果から自動的に作成（モンテカルロ学習）

最終的な結果（勝ち負け）を規範とする

二人零和ゲーム

プレーヤー A と B が対戦
各プレーヤーは手 P, Q を選択する．

プレーヤー A の利得

		B	
		P	Q
A	P	+5	−8
	Q	−2	+5

A が手 P，B が手 P → A が +5，B が −5
A が手 P，B が手 Q → A が −8，B が +8
A が手 Q，B が手 P → A が −2，B が +2
A が手 Q，B が手 Q → A が +5，B が −5

二人零和ゲーム

各プレーヤーは確率的に手を選ぶ

A が手 P を選ぶ確率 x → A が手 Q を選ぶ確率 $1-x$
B が手 P を選ぶ確率 y → B が手 Q を選ぶ確率 $1-y$

プレーヤー A の利得

$$G_{\mathrm{A}} = (+5)xy + (-8)x(1-y) + (-2)(1-x)y + (+5)(1-x)(1-y)$$

極値を計算し平衡点を求める．平衡点は鞍点 (saddle point)

$$\frac{\partial G_{\mathrm{A}}}{\partial x} = (+5)y + (-8)(1-y) + (-2)(-1)y + (+5)(-1)(1-y) = 0$$
$$\frac{\partial G_{\mathrm{A}}}{\partial y} = (+5)x + (-8)x(-1) + (-2)(1-x) + (+5)(1-x)(-1) = 0$$

⇓

$$x = 0.35, \quad y = 0.65, \quad G_{\mathrm{A}} = 0.45$$

二人零和ゲーム

プレーヤー A の利得

		B	
		P	Q
A	P	g_{PP}	g_{PQ}
	Q	g_{QP}	g_{QQ}

平衡点における利得

$$G_{\mathrm{A}}^{*} = \frac{g_{\mathrm{PP}}g_{\mathrm{QQ}} - g_{\mathrm{PQ}}g_{\mathrm{QP}}}{g_{\mathrm{PP}} - g_{\mathrm{PQ}} - g_{\mathrm{QP}} + g_{\mathrm{QQ}}}$$

⇓

公平な勝負であるための条件 $G_{\mathrm{A}}^{*} = 0$

$$g_{\mathrm{PP}}g_{\mathrm{QQ}} - g_{\mathrm{PQ}}g_{\mathrm{QP}} = 0$$

二人零和ゲーム

プレーヤー A の利得

		B	
		P	Q
A	P	+4	−8
	Q	−2	+4

⇓

$$x = 0.3333, \quad y = 0.6667, \quad G_{\mathrm{A}} = 0$$

社会的ジレンマ

囚人のジレンマ
2 名の囚人 A, B に検事が提案する．
2 名の囚人はたがいに相談することはできない．

		B	
		黙秘	自白
A	黙秘	(1, 1)	(10, 0)
	自白	(0, 10)	(5, 5)

A が黙秘，B が黙秘 → A が 1 年，B が 1 年
A が黙秘，B が自白 → A が 10 年，B が 0 年（釈放）
A が自白，B が黙秘 → A が 0 年（釈放），B が 10 年
A が自白，B が自白 → A が 5 年，B が 5 年

二人非零和ゲーム（双方ともに得する/損する可能性）
⇒ 協調するという行動があり得る

社会的ジレンマ

囚人のジレンマ
2 名の囚人 A, B に検事が提案する．
2 名の囚人はたがいに相談することはできない．

		B	
		黙秘	自白
A	黙秘	(1, 1)	(10, 0)
	自白	(0, 10)	(5, 5)

A の判断

		B	
		黙秘	自白
A	黙秘	(1, 1)	(10, 0)
	自白	(0, 10)	(5, 5)

B が黙秘するならば，A（自分）は自白する方が有利

社会的ジレンマ

囚人のジレンマ
2 名の囚人 A, B に検事が提案する．
2 名の囚人はたがいに相談することはできない．

		B	
		黙秘	自白
A	黙秘	(1, 1)	(10, 0)
	自白	(0, 10)	(5, 5)

各個人の最適な選択（ナッシュ均衡; Nash equilibrium）
(ナッシュは米国の数学者．映画「ビューティフル・マインド」)

$\neq$

全体で最適な選択（パレート最適; Paretian optimum）
（パレート (Pareto) はイタリアの社会学者．80:20 の法則）

社会的ジレンマ

囚人のジレンマ
2 名の囚人 A, B に検事が提案する．
2 名の囚人はたがいに相談することはできない．

		B	
		黙秘	自白
A	黙秘	(1, 1)	(10, 0)
	自白	(0, 10)	(5, 5)

A の判断

		B	
		黙秘	自白
A	黙秘	(1, 1)	(10, 0)
	自白	(0, 10)	(5, 5)

B が自白するならば，A（自分）は自白する方が有利

まとめ

グラフ
ノードとエッジから構成される

最短経路問題
最短経路木
最適性原理　ダイクストラのアルゴリズム

最大フロー問題
LP 法

ゲーム
ゲーム木　ミニマックス法　アルファベータ法　二人零和ゲーム

社会的ジレンマ

囚人のジレンマ
2 名の囚人 A, B に検事が提案する．
2 名の囚人はたがいに相談することはできない．

		B	
		黙秘	自白
A	黙秘	(1, 1)	(10, 0)
	自白	(0, 10)	(5, 5)

A の判断

		B	
		黙秘	自白
A	黙秘	(1, 1)	(10, 0)
	自白	(0, 10)	(5, 5)

B の行動に関わらず，A（自分）は自白する方が有利

レポート (MATLAB Grader)

MATLAB grader 「グラフと経路計画」
締切：11 月 18 日（月曜）午前 1 時

社会的ジレンマ

囚人のジレンマ
2 名の囚人 A, B に検事が提案する．
2 名の囚人はたがいに相談することはできない．

		B	
		黙秘	自白
A	黙秘	(1, 1)	(10, 0)
	自白	(0, 10)	(5, 5)

A の判断　B の行動に関わらず，自白する方が有利
B の判断　A の行動に関わらず，自白する方が有利
A, B ともに自白　(5, 5)

$\neq$

両方に有利な行動　A, B ともに黙秘　(1, 1)