

知能科学：物体操作

平井 慎一

立命館大学 ロボティクス学科

講義の流れ

1 運動制約

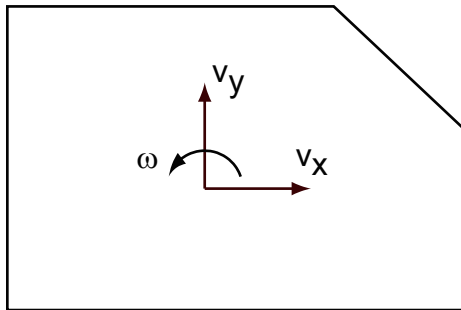
- 接触による運動制約
- 許容運動集合
- フォームクロージャ

2 把持

- 把持の形態
- フォースクロージャ
- フォースクロージャの判定

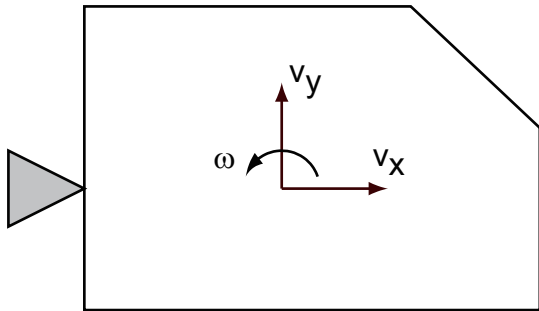
3 まとめ

剛体の平面運動



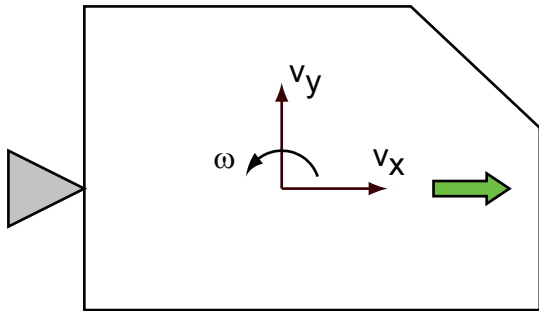
並進 2 自由度 v_x, v_y 回転 1 自由度 ω

剛体の平面運動



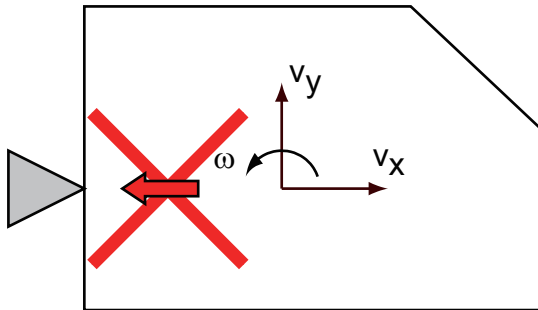
点接触 $\implies$ 運動に制約

剛体の平面運動



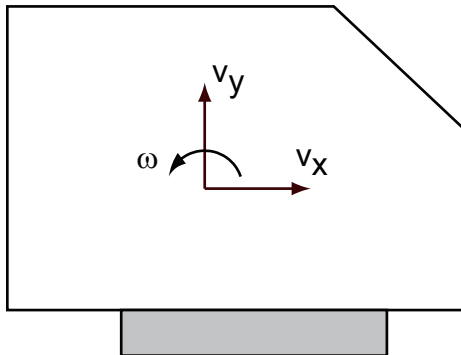
可能な運動

剛体の平面運動



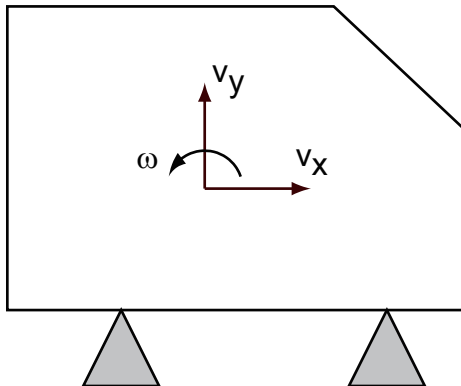
不可能な運動

剛体の平面運動



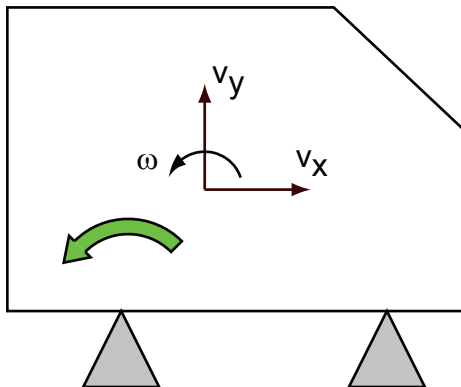
線接触 $\implies$ 運動に制約

剛体の平面運動



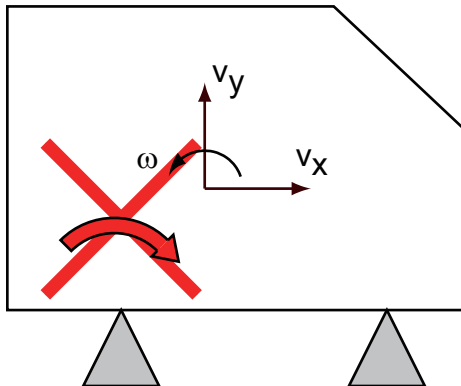
線接触 $\implies$ 等価な一对の点接触

剛体の平面運動



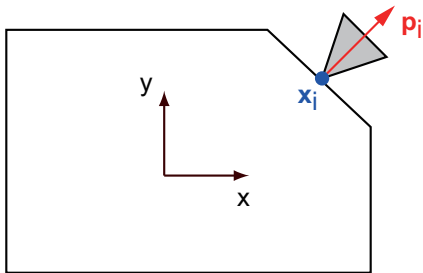
可能な運動

剛体の平面運動



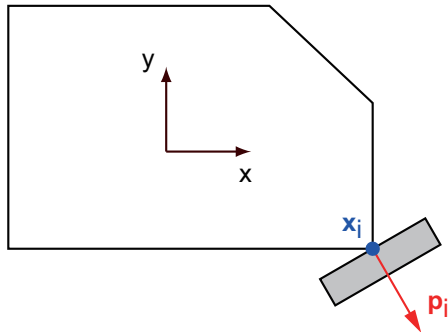
不可能な運動

点接触による運動制約



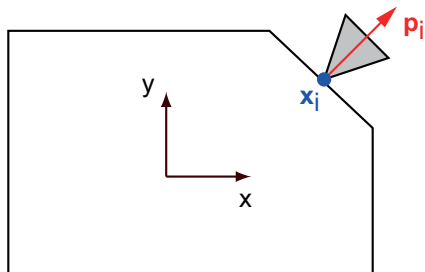
線 - 点接触

点接触による運動制約



点 - 線接触

点接触による運動制約

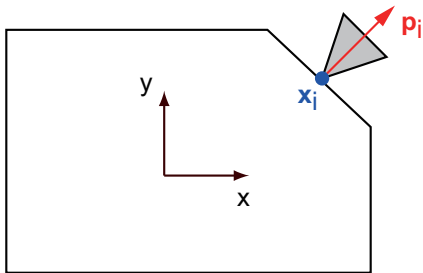


接触点 線の外向き (運動物体から見て) 法線ベクトル

$$x_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}$$

$$p_i = \begin{bmatrix} p_i \\ q_i \end{bmatrix}$$

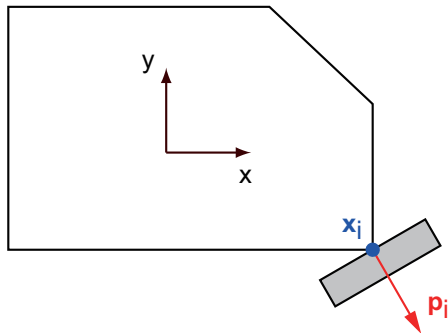
点接触による運動制約



運動制約

$$p_i v_x + q_i v_y + (x_i q_i - y_i p_i) \omega \leq 0$$

点接触による運動制約

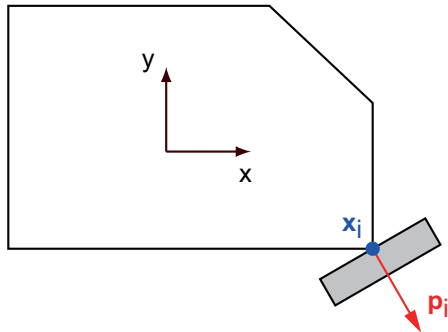


接触点 線の外向き (運動物体から見て) 法線ベクトル

$$x_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}$$

$$p_i = \begin{bmatrix} p_i \\ q_i \end{bmatrix}$$

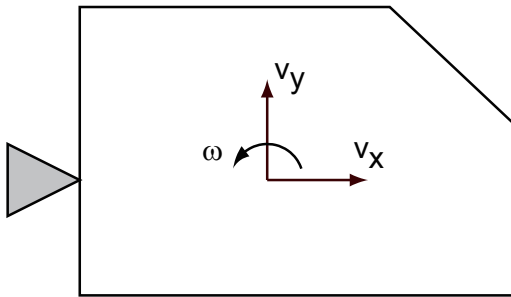
点接触による運動制約



運動制約

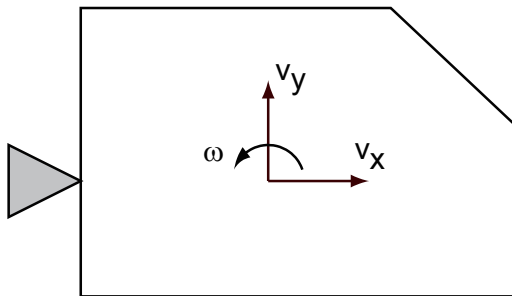
$$p_i v_x + q_i v_y + (x_i q_i - y_i p_i) \omega \leq 0$$

点接触による運動制約



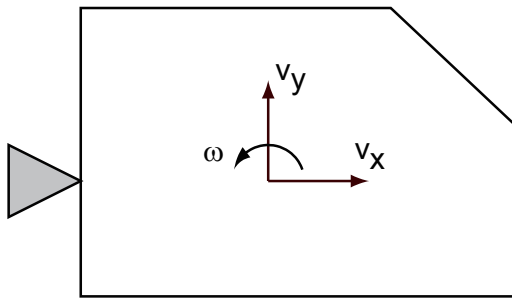
$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} -1.3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

点接触による運動制約



$$(-1)v_x + (0)v_y + \{-1.3 \cdot 0 - 0 \cdot (-1)\} \omega \leq 0$$

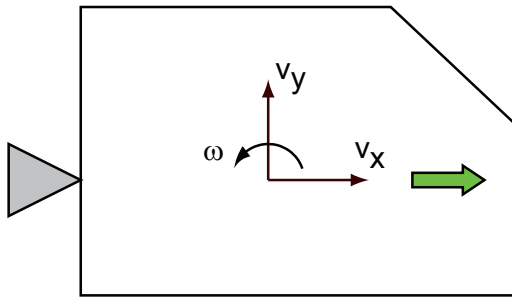
点接触による運動制約



運動制約

$$-v_x \leq 0$$

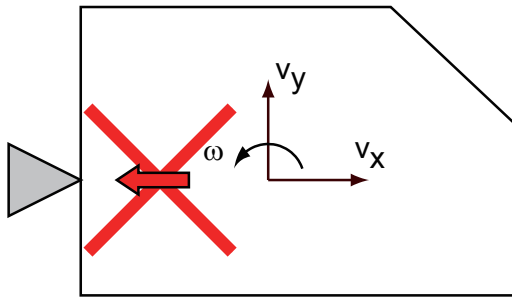
点接触による運動制約



$$v_x = 1, v_y = 0, \omega = 0$$

$$-(1) \leq 0 \quad \longrightarrow \quad \text{OK}$$

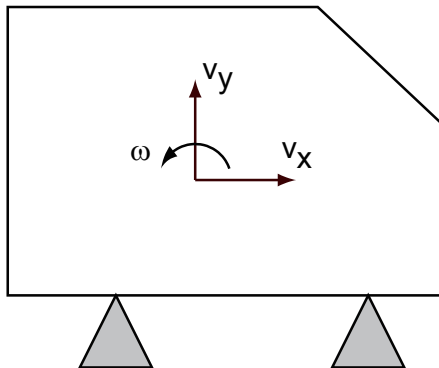
点接触による運動制約



$$v_x = -1, v_y = 0, \omega = 0$$

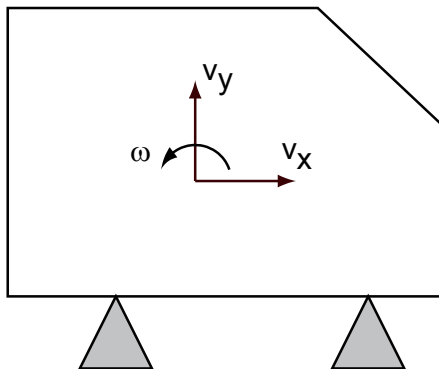
$$-(-1) \not\leq 0 \longrightarrow \text{NG}$$

点接触による運動制約



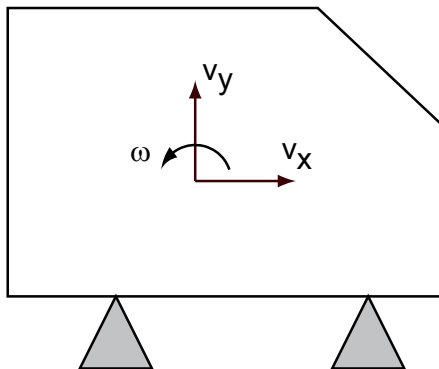
$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} -0.55 \\ -0.8 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

点接触による運動制約



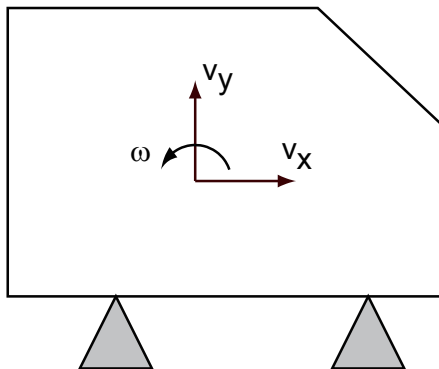
$$(0)v_x + (-1)v_y + \{-0.55 \cdot (-1) - (-0.8) \cdot 0\} \omega \leq 0$$

点接触による運動制約



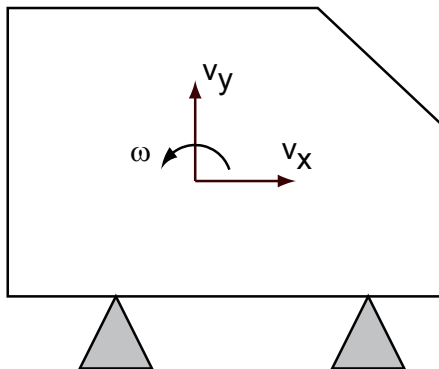
$$\mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 1.2 \\ -0.8 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

点接触による運動制約



$$(0)v_x + (-1)v_y + \{1.2 \cdot (-1) - (-0.8) \cdot 0\} \omega \leq 0$$

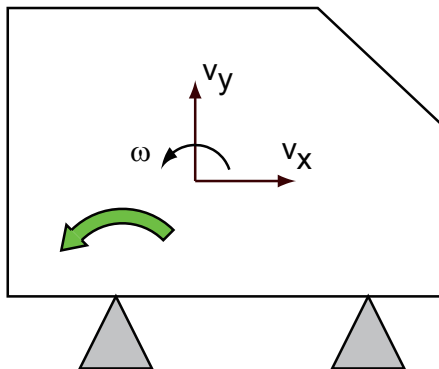
点接触による運動制約



運動制約

$$\begin{cases} -v_y + 0.55 \omega \leq 0 \\ -v_y - 1.20 \omega \leq 0 \end{cases}$$

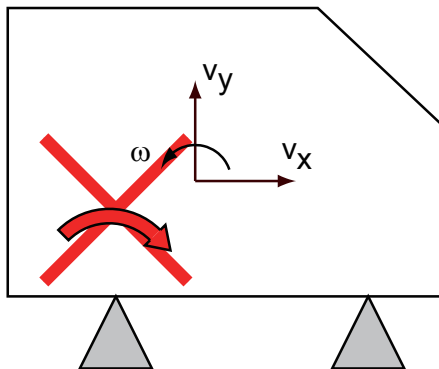
点接触による運動制約



$$v_x = -0.8, v_y = 0.55, \omega = 1$$

$$\begin{cases} -(0.55) + 0.55 \cdot (1) \leq 0 \\ -(0.55) - 1.20 \cdot (1) \leq 0 \end{cases} \longrightarrow \text{OK}$$

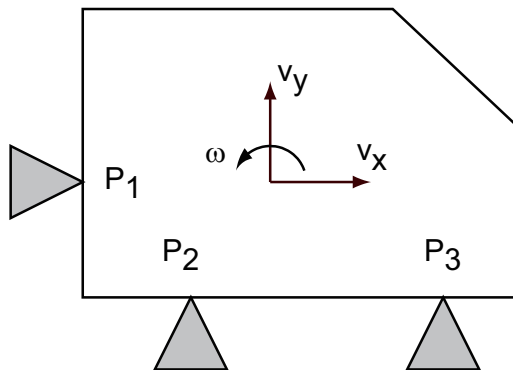
点接触による運動制約



$$v_x = 0.8, v_y = -0.55, \omega = -1$$

$$\begin{cases} -(-0.55) + 0.55 \cdot (-1) \leq 0 \\ -(-0.55) - 1.20 \cdot (-1) \not\leq 0 \end{cases} \rightarrow \text{NG}$$

運動制約



$$\begin{cases} -v_x \leq 0 \\ -v_y + 0.55 \omega \leq 0 \\ -v_y - 1.20 \omega \leq 0 \end{cases}$$

運動制約

行列とベクトルによる表現

$$\begin{bmatrix} -1 & & \\ & -1 & +0.55 \\ & -1 & -1.20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\Downarrow$

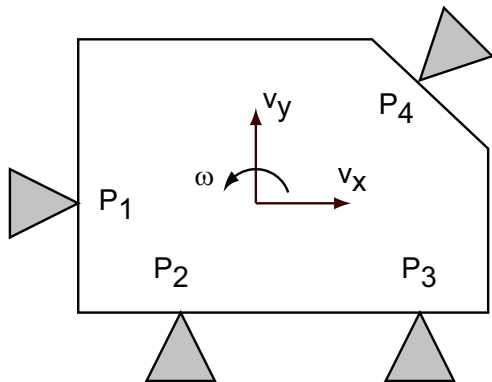
$$A^T \mathbf{v} \leq \mathbf{0}$$

ここで

$$A = \begin{bmatrix} -1 & & \\ & -1 & -1 \\ & +0.55 & -1.20 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix}$$

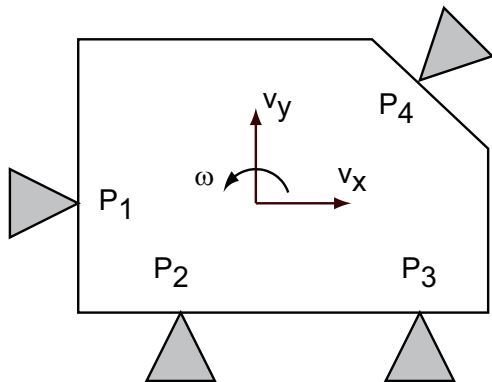
行列 A の各列 : レンチベクトル (wrench vector)

運動制約



$$\mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 0.9 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

運動制約



$$\begin{cases} -v_x \leq 0 \\ -v_y + 0.55 \omega \leq 0 \\ -v_y - 1.20 \omega \leq 0 \\ v_x + v_y + 0.3 \omega \leq 0 \end{cases}$$

運動制約

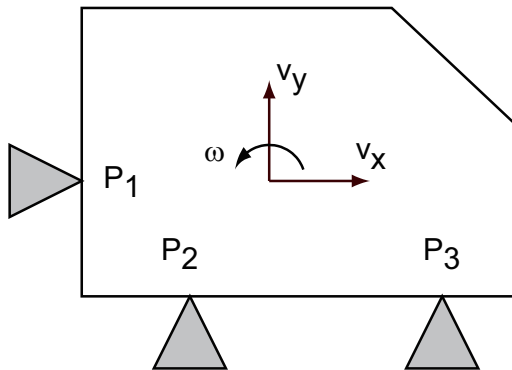
行列とベクトルによる表現

$$A^T \mathbf{v} \leq \mathbf{0}$$

ここで

$$A = \begin{bmatrix} -1 & & & 1 \\ & -1 & -1 & 1 \\ +0.55 & -1.20 & +0.3 & \end{bmatrix}$$

許容運動集合



$$\begin{cases} -v_x \leq 0 \\ -v_y + 0.55 \omega \leq 0 \\ -v_y - 1.20 \omega \leq 0 \end{cases}$$

許容運動集合

すべての制約式が0となる解

$$\begin{cases} -v_x &= 0 \\ -v_y + 0.55 \omega &= 0 \\ -v_y - 1.20 \omega &= 0 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

一つの制約式が負，その他の制約式が0となる解

$$\begin{cases} -v_x < 0 \\ -v_y + 0.55 \omega = 0 \\ -v_y - 1.20 \omega = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -v_x = 0 \\ -v_y + 0.55 \omega < 0 \\ -v_y - 1.20 \omega = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -v_x = 0 \\ -v_y + 0.55 \omega = 0 \\ -v_y - 1.20 \omega < 0 \end{cases}$$

許容運動集合

等式のみを解く

$$\begin{cases} -v_y + 0.55 \omega = 0 \\ -v_y - 1.20 \omega = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

不等式 $-v_x < 0$ を満たす解を選ぶ

⇓

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

等式のみを解く

$$\begin{cases} -v_x &= 0 \\ -v_y - 1.20 \omega &= 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.20 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix}$$

不等式 $-v_y + 0.55 \omega < 0$ を満たす解を選ぶ

⇓

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

等式のみを解く

$$\begin{cases} -v_x &= 0 \\ -v_y + 0.55 \omega &= 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -0.55 \\ -1 \end{bmatrix}$$

不等式 $-v_y - 1.20 \omega < 0$ を満たす解を選ぶ

⇓

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2, c_3 \geq 0$

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2, c_3 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_x &= 0 \\ -v_y + 0.55 \omega &= 0 \\ -v_y - 1.20 \omega &= 0 \end{cases}$$

すべての接触点で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2, c_3 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_x < 0 \\ -v_y + 0.55 \omega = 0 \\ -v_y - 1.20 \omega = 0 \end{cases}$$

点 P_1 で接触を失い, 点 P_2, P_3 で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2, c_3 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_x & = & 0 \\ -v_y + 0.55 \omega & < & 0 \\ -v_y - 1.20 \omega & = & 0 \end{cases}$$

点 P_2 で接触を失い, 点 P_1, P_3 で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2, c_3 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_x & = & 0 \\ -v_y + 0.55 \omega & = & 0 \\ -v_y - 1.20 \omega & < & 0 \end{cases}$$

点 P_3 で接触を失い, 点 P_1, P_2 で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2, c_3 \geq 0$

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2, c_3 \geq 0$

$$c_1 = 5 (> 0), c_2 = 3 (> 0), c_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3.60 \\ -3 \end{bmatrix}$$

点 P_1, P_2 で接触を失い, 点 P_3 で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

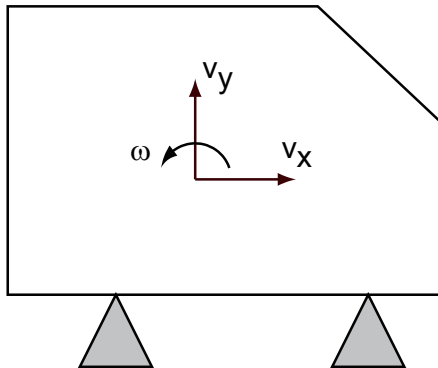
ただし $c_1, c_2, c_3 \geq 0$

$$c_1 = 5 (> 0), c_2 = 3 (> 0), c_3 = 2 (> 0)$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4.70 \\ -1 \end{bmatrix}$$

点 P_1, P_2, P_3 で接触を失う運動

許容運動集合



$$\begin{cases} -v_y + 0.55 \omega \leq 0 \\ -v_y - 1.20 \omega \leq 0 \end{cases}$$

許容運動集合

すべての制約式が0となる解

$$\begin{cases} -v_y + 0.55 \omega = 0 \\ -v_y - 1.20 \omega = 0 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

一つの制約式が負，その他の制約式が 0 となる解

$$\begin{cases} -v_y + 0.55 \omega < 0 \\ -v_y - 1.20 \omega = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -v_y + 0.55 \omega = 0 \\ -v_y - 1.20 \omega < 0 \end{cases}$$

許容運動集合

等式のみを解く

$$-v_y - 1.20 \omega = 0$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1.20 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix}$$

不等式 $-v_y + 0.55 \omega < 0$ を満たす解を選ぶ

⇓

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

等式のみを解く

$$-v_y + 0.55 \omega = 0$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -0.55 \\ -1 \end{bmatrix}$$

不等式 $-v_y - 1.20 \omega < 0$ を満たす解を選ぶ

⇓

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2 \geq 0$

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_y + 0.55 \omega = 0 \\ -v_y - 1.20 \omega = 0 \end{cases}$$

接触点 P_1, P_2 で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_y + 0.55 \omega < 0 \\ -v_y - 1.20 \omega = 0 \end{cases}$$

点 P_1 で接触を失い, 点 P_2 で接触を保つ運動

許容運動集合

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_y + 0.55 \omega = 0 \\ -v_y - 1.20 \omega < 0 \end{cases}$$

点 P_2 で接触を失い, 点 P_1 で接触を保つ運動

許容運動集合

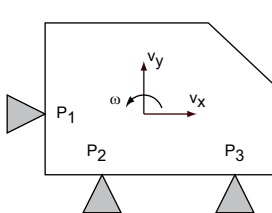
$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1.20 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ただし $c_1, c_2 \geq 0$

$$\begin{cases} -v_y + 0.55 \omega < 0 \\ -v_y - 1.20 \omega < 0 \end{cases}$$

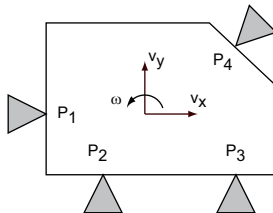
点 P_1, P_2 で接触を失う運動

フォームクロージャ



$$\begin{cases} -v_x \leq 0 \\ -v_y + 0.55 \omega \leq 0 \\ -v_y - 1.20 \omega \leq 0 \end{cases}$$

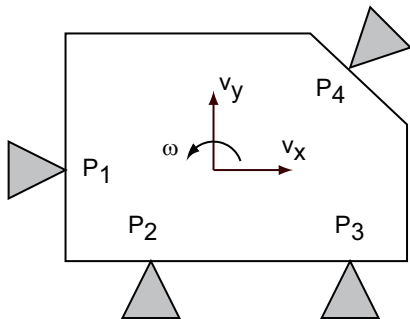
$[v_x, v_y, \omega]^T \neq [0, 0, 0]^T$
が存在



$$\begin{cases} -v_x \leq 0 \\ -v_y + 0.55 \omega \leq 0 \\ -v_y - 1.20 \omega \leq 0 \\ v_x + v_y + 0.3 \omega \leq 0 \end{cases}$$

$[v_x, v_y, \omega]^T = [0, 0, 0]^T$
のみが可能

フォームクロージャ

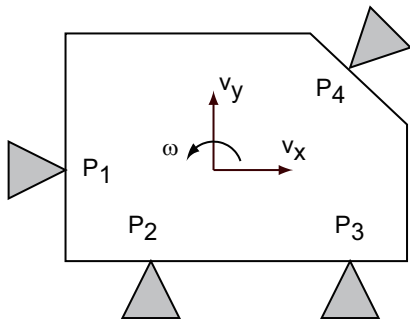


点 $P_1, \dots, P_4$ による制約を同時に満たす運動は **0** のみ



フォームクロージャ (form closure)

フォームクロージャ



$$\begin{cases} -v_x \leq 0 \\ -v_y + 0.55 \omega \leq 0 \\ -v_y - 1.20 \omega \leq 0 \\ v_x + v_y + 0.3 \omega \leq 0 \end{cases}$$

が **0** 以外の解を持たない

判定法

フォームクロージャか否かの判定



線形同次不等式

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -v_x & \leq & 0 \\ -v_y + 0.55 \omega & \leq & 0 \\ -v_y - 1.20 \omega & \leq & 0 \\ v_x + v_y + 0.3 \omega & \leq & 0 \end{array} \right.$$

を満たす **0** 以外の解があるか否かを判定

判定法

```
A = [  
    -1,  0,    0,    1;  
     0, -1,   -1,    1;  
     0, 0.55, -1.20, 0.3  
    ];  
  
status = non_zero_sol_homogeneous_ineqs(A');  
if status == 0  
    disp("form closure");  
else  
    disp("not form closure");  
end
```

判定法

```
>> form_closure_check
```

```
Optimal solution found.
```

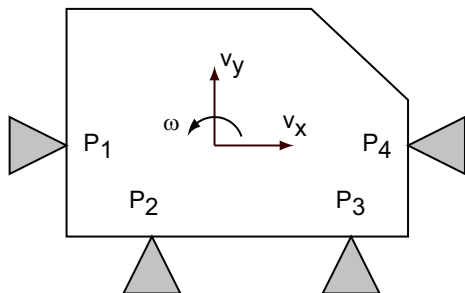
```
form closure
```

```
>>
```



フォームクロージャであると判定

判定法



$$\begin{cases} -v_x \leq 0 \\ -v_y + 0.55 \omega \leq 0 \\ -v_y - 1.20 \omega \leq 0 \\ v_x \leq 0 \end{cases}$$

を満たす $\mathbf{0}$ 以外の解があるか否かを判定

判定法

```
A = [  
    -1,  0,    0,    1;  
     0, -1,   -1,    0;  
     0, 0.55, -1.20,  0  
    ];  
  
status = non_zero_sol_homogeneous_ineqs(A');  
if status == 0  
    disp("form closure");  
else  
    disp("not form closure");  
end
```

判定法

```
>> form_closure_check
```

```
Optimal solution found.
```

```
not form closure
```

```
>>
```



フォームクロージャではないと判定

フォームクロージャ

フォームクロージャに必要な点接触の個数

最小でも

(拘束すべき自由度) + 1

の点拘束が必要

拘束すべき自由度

平面運動 3

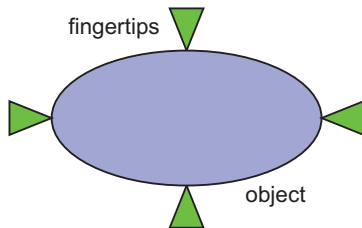
円 2

空間運動 6

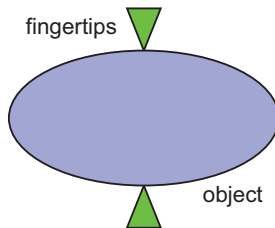
球 3

円柱 5

把持 (grasping)

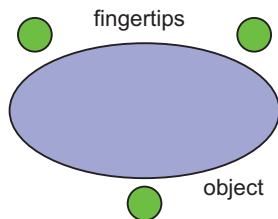


フォームクロージャ
(form closure)

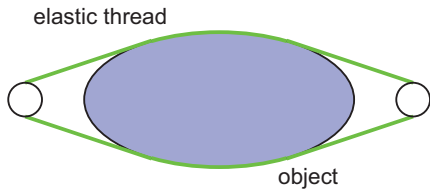


フォースクロージャ
(force closure)

把持 (grasping)

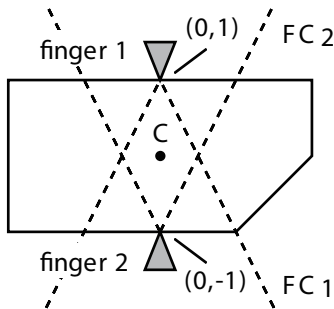


ケーシング
(caging)



バインディング
(binding)

フォースクロージャ



指先に摩擦が生じる

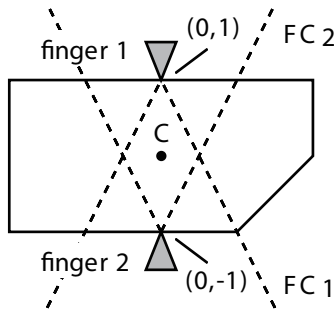
指先が滑らない

(摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ)

物体に任意の力とモーメント (外乱) を作用させる

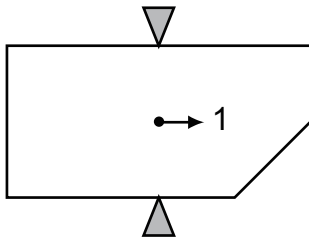
力とモーメントの釣り合いが保たれる

フォースクロージャ



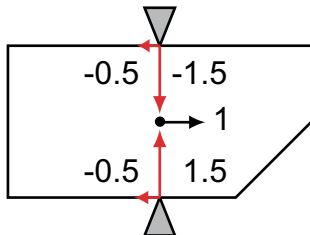
摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
摩擦係数 = 0.5 と仮定

フォースクロージャ



外乱を加える

フォースクロージャ

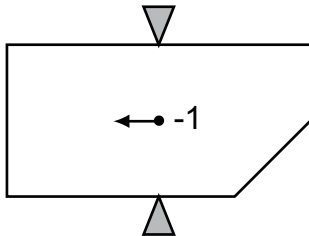


外乱を加える

力とモーメントの釣り合いが保たれる

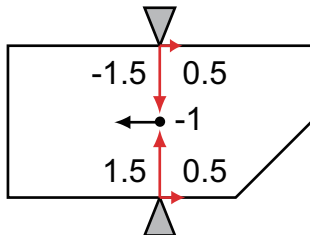
摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
(摩擦係数 = 0.5)

フォースクロージャ



外乱を加える

フォースクロージャ

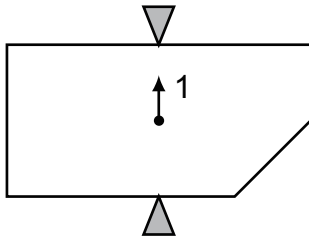


外乱を加える

力とモーメントの釣り合いが保たれる

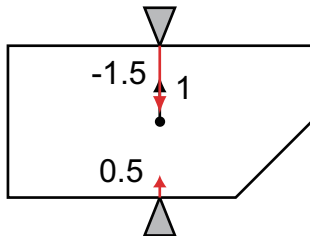
摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
(摩擦係数 = 0.5)

フォースクロージャ



外乱を加える

フォースクロージャ

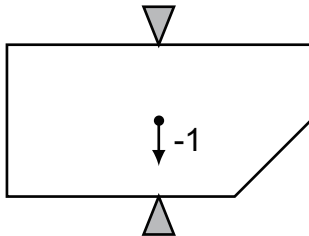


外乱を加える

力とモーメントの釣り合いが保たれる

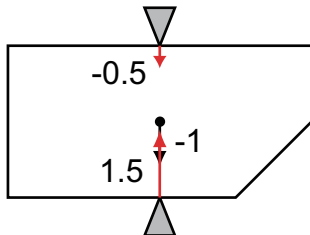
摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
(摩擦係数 = 0.5)

フォースクロージャ



外乱を加える

フォースクロージャ

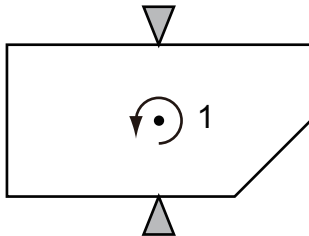


外乱を加える

力とモーメントの釣り合いが保たれる

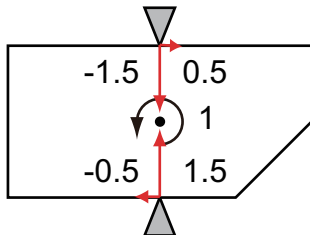
摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
(摩擦係数 = 0.5)

フォースクロージャ



外乱を加える

フォースクロージャ

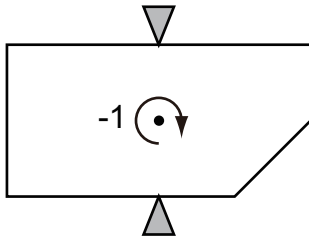


外乱を加える

力とモーメントの釣り合いが保たれる

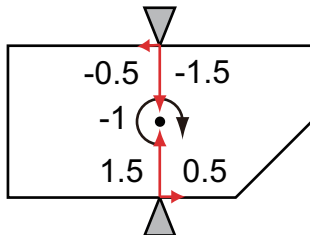
摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
(摩擦係数 = 0.5)

フォースクロージャ



外乱を加える

フォースクロージャ



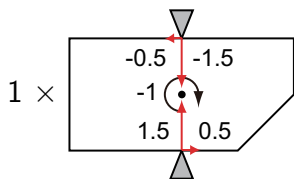
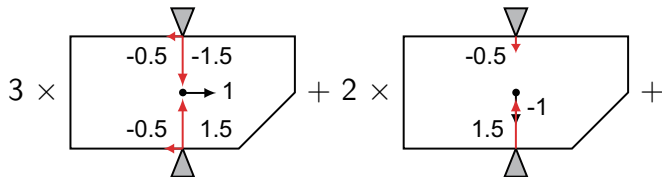
外乱を加える

力とモーメントの釣り合いが保たれる

摩擦力の大きさ $\leq$ 摩擦係数 $\times$ 垂直抗力の大きさ
(摩擦係数 = 0.5)

フォースクロージャ

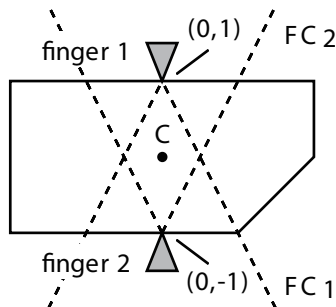
$f_x = 3, f_y = -2, m = -1$ に対する把持力



指 1 $[-2, -7]^T$
 垂直抗力の大きさ 7
 摩擦力の大きさ 2

指 2 $[-1, 9]^T$
 垂直抗力の大きさ 9
 摩擦力の大きさ 1

判定法



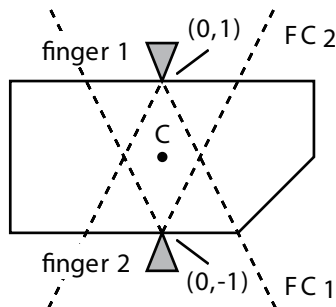
指 1 の最大静止摩擦力

$$\mathbf{f}_1^1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_1^2 = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

指 1 が物体に与えることが可能な力

$$c_1^1 \mathbf{f}_1^1 + c_1^2 \mathbf{f}_1^2 \quad (c_1^1 \geq 0, c_1^2 \geq 0)$$

判定法



指 1 が物体に与えることが可能な力

$$c_1^1 \mathbf{f}_1^1 + c_1^2 \mathbf{f}_1^2$$

指 1 が物体に与えることが可能なモーメント

$$\mathbf{x}_1 \times (c_1^1 \mathbf{f}_1^1 + c_1^2 \mathbf{f}_1^2) = c_1^1(-0.5) + c_1^2(0.5)$$

判定法

レンチ (wrench)

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \text{力} \\ \text{モーメント} \end{bmatrix}$$

平面運動：レンチ：3次元ベクトル

空間運動：レンチ：6次元ベクトル

判定法

指 1 が物体に与えることが可能なレンチ

$$c_1^1 \mathbf{w}_1^1 + c_1^2 \mathbf{w}_1^2 \quad (c_1^1 \geq 0, c_1^2 \geq 0)$$

ここで

$$\mathbf{w}_1^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^1 \\ \mathbf{x}_1 \times \mathbf{f}_1^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{w}_1^2 = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^2 \\ \mathbf{x}_1 \times \mathbf{f}_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

判定法

指2が物体に与えることが可能なレンチ

$$c_2^1 \mathbf{w}_2^1 + c_2^2 \mathbf{w}_2^2 \quad (c_2^1 \geq 0, c_2^2 \geq 0)$$

ここで

$$\mathbf{w}_2^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_2^1 \\ \mathbf{x}_2 \times \mathbf{f}_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{w}_2^2 = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_2^2 \\ \mathbf{x}_2 \times \mathbf{f}_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 1 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

判定法

指 1,2 が物体に与えることが可能なレンチ

$$c_1^1 \mathbf{w}_1^1 + c_1^2 \mathbf{w}_1^2 + c_2^1 \mathbf{w}_2^1 + c_2^2 \mathbf{w}_2^2$$
$$(c_1^1 \geq 0, c_1^2 \geq 0, c_2^1 \geq 0, c_2^2 \geq 0)$$

可能なレンチが全レンチ空間をカバー



フォースクロージャ

判定法

```
W = [  
    0.5, -0.5, 0.5, -0.5;  
    -1,   -1,   1,   1;  
    -0.5  0.5, 0.5, -0.5  
];  
  
status = non_zero_sol_homogeneous_ineqs(W');  
if status == 0  
    disp("force closure");  
else  
    disp("not force closure");  
end
```

判定法

```
>> force_closure_check
```

```
Optimal solution found.
```

```
force closure
```

```
>>
```

まとめ

運動制約

運動制約の定式化

フォームクロージャ：物体の運動をすべて制約

フォームクロージャの判定

把持

フォースクロージャ：外乱に対して釣り合いを保つ

フォースクロージャの判定

レポート (MATLAB Grader)

MATLAB grader 「物体操作」
締切：1月27日（月曜）午前1時