

情報処理 MATLAB プログラミング

平井 慎一

立命館大学 ロボティクス学科

講義の流れ

- ① 行列とベクトル
- ② グラフ
- ③ 常微分方程式
- ④ パラメータの引き渡し
- ⑤ まとめ

実行例

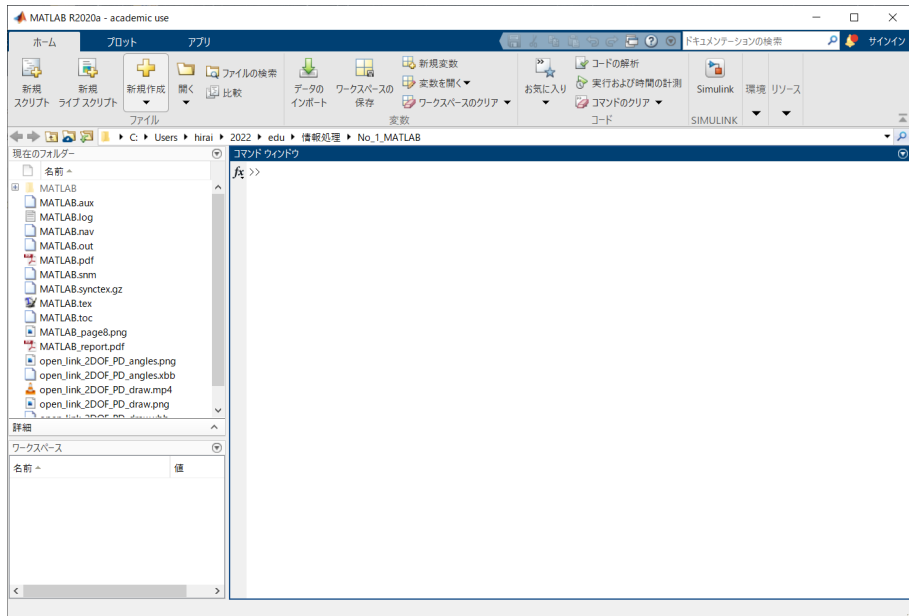
簡単なプログラム

```
a=[1;2;3];  
b=[3;-1;2];  
c=2*a-b;  
c
```

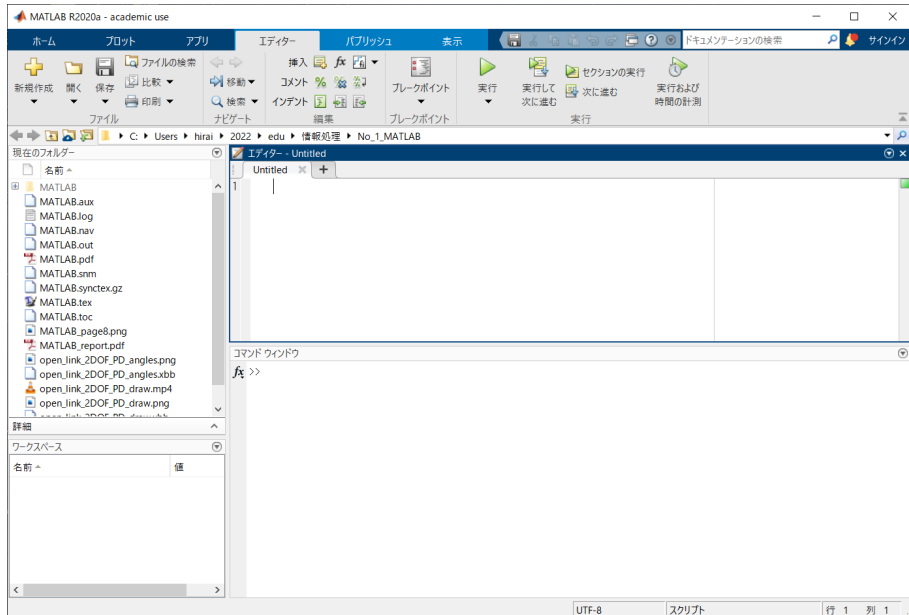
を実行する.

1, 2, 3 行目最後の ; (セミコロン) は, 文の終わりを表す.
最後のセミコロンがない 4 行目は, 変数の値を表示する.

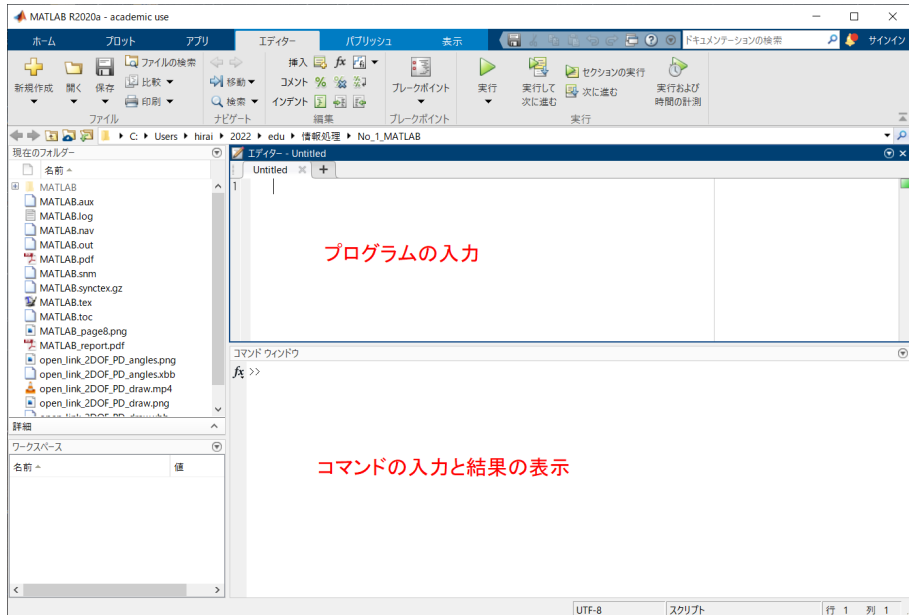
実行例



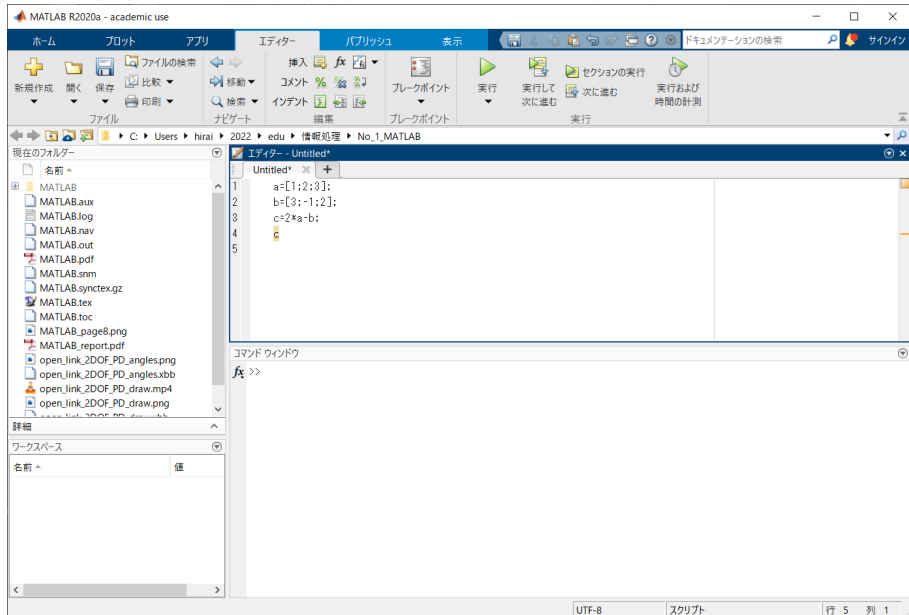
実行例



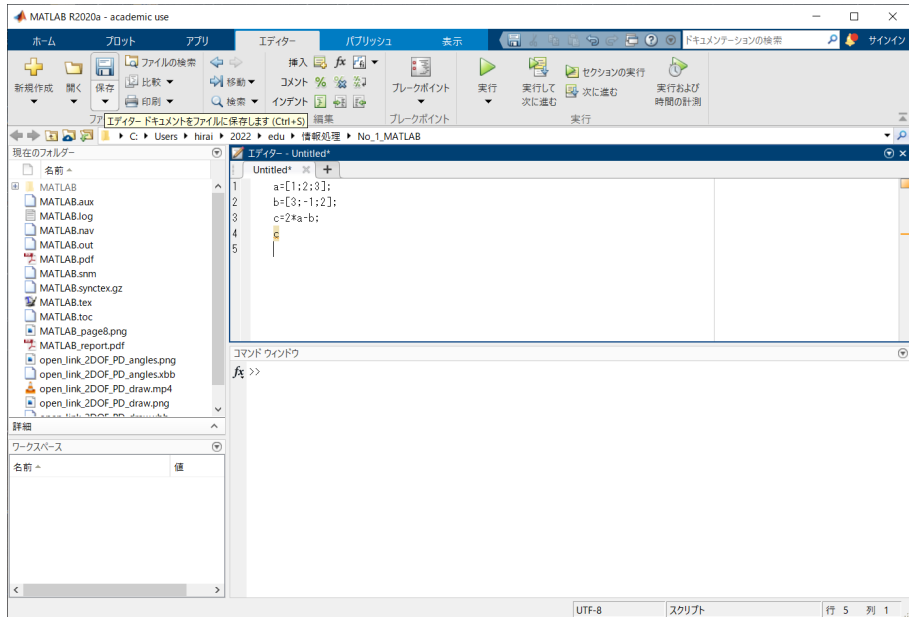
実行例



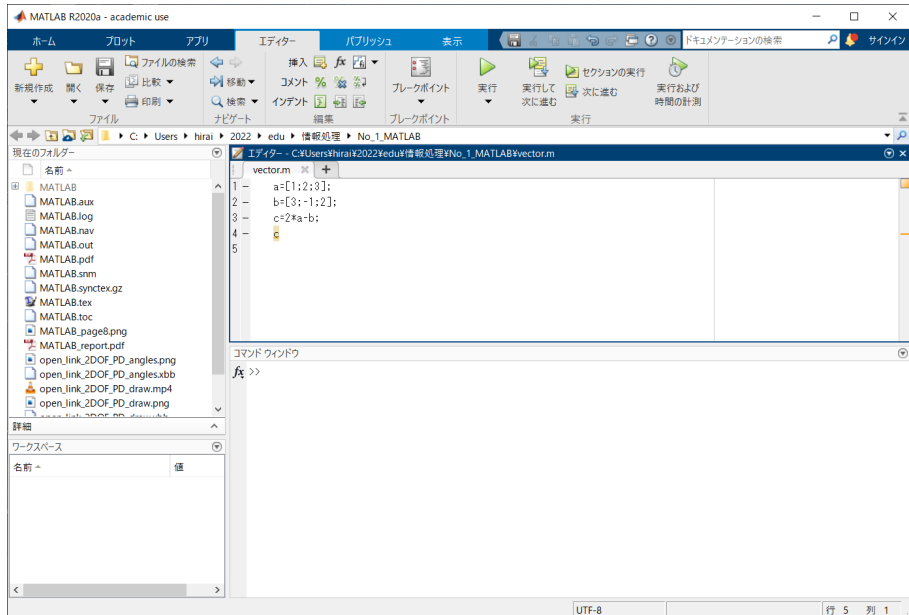
実行例



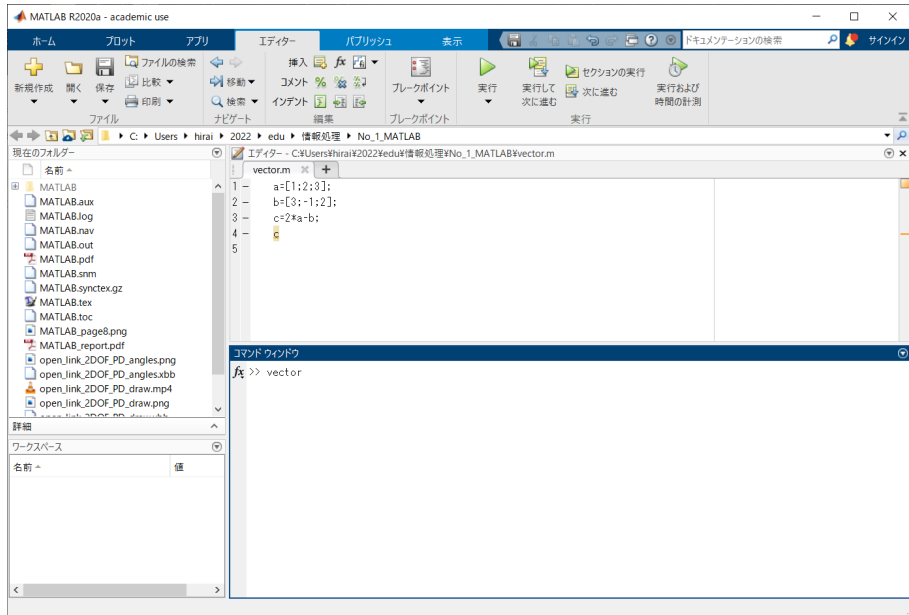
実行例



実行例



実行例



実行例

The screenshot displays the MATLAB R2020a academic use environment. The top menu bar includes options like Home, Plots, Apps, Editor, Publish, and View. The left sidebar shows the current folder structure, with the 'MATLAB' folder selected. The main editor window displays a script named 'vector.m' with the following code:

```
1 a=[1:2:3];  
2 b=[3;-1;2];  
3 c=2*a-b;  
4  
5
```

The Command Window at the bottom shows the execution of the script, resulting in the following output:

```
>> vector  
  
c =  
  
-1  
5  
4
```

The Command Window prompt is `fx >> |`.

サンプルプログラム

ウェブサイトの「サンプルプログラム」をクリック.
ダウンロードした zip ファイルを解凍.

`draw_graph.m` グラフを描く

`van_der_Pol.m` ファンデルポール方程式の標準形

`van_der_Pol_solve.m` ファンデルポール方程式を数値的に解く

⋮

ベクトルと行列

列ベクトル

```
x = [ 2; 3; -1 ];
```

行ベクトル

```
y = [ 2, 3, -1 ];
```

行列

```
A = [ 4, -2, 1; ...  
      -2, 5, 2; ...  
      -2, 3, 2 ];
```

ベクトルと行列

記号... は文が続くことを表す.

列ベクトル

```
x = [ 2; ...  
      3; ...  
     -1 ];
```

列ベクトル

```
x = [ 2; 3; -1 ];
```

ベクトルと行列

乗算

```
p = A*x;
```

```
q = y*A;
```

```
>> p
```

```
p =
```

```
1
```

```
9
```

```
3
```

```
>>
```

ベクトルと行列

乗算

```
p = A*x;
```

```
q = y*A;
```

```
>> q
```

```
q =
```

```
     4     8     6
```

```
>>
```


行列の操作

```
>> A
```

```
A =
```

```
     4     -2     1  
    -2      5     2  
    -2      3     2
```

```
>> A(3,2)
```

```
ans =
```

```
3
```

行列の操作

```
>> A
```

```
A =
```

4	-2	1
-2	5	2
-2	3	2

```
>> A(3,2) = 6;
```

```
>> A
```

```
A =
```

4	-2	1
-2	5	2
-2	6	2

行列の操作

```
>> A
```

```
A =
```

```
     4     -2     1  
    -2     5     2  
    -2     3     2
```

```
>> A(3,:)
```

```
ans =
```

```
    -2     3     2
```

行列の操作

```
>> A
```

```
A =
```

```
     4     -2     1  
    -2      5     2  
    -2      3     2
```

```
>> A(:,2)
```

```
ans =
```

```
    -2  
     5  
     3
```

行列の操作

```
>> A
```

```
A =
```

```
     4     -2     1
    -2     5     2
    -2     3     2
```

```
>> A(:,2) = [ 0; 2; 1 ];
```

```
>> A
```

```
A =
```

```
     4     0     1
    -2     2     2
    -2     1     2
```

行列の操作

```
>> A
```

```
A =
```

4	-2	1
-2	5	2
-2	3	2

```
>> A(3,:) = [ 3, -5, -1 ];
```

```
>> A
```

```
A =
```

4	-2	1
-2	5	2
3	-5	-1

行列の操作

```
>> A
```

```
A =
```

```
     4     -2     1
    -2      5     2
    -2      3     2
```

```
>> B = A([1,3],:);
```

```
>> B
```

```
B =
```

```
     4     -2     1
    -2      3     2
```

行列の操作

```
>> A
```

```
A =
```

```
     4     -2     1
    -2     5     2
    -2     3     2
```

```
>> C = A(:, [2,1]);
```

```
>> C
```

```
C =
```

```
    -2     4
     5    -2
     3    -2
```


基本行操作

$A(3,:) = 5*A(3,:);$

3 行目を 5 倍する

$A(1,:) = A(1,:) + 4*A(2,:);$

1 行目に 2 行目の 4 倍を加える

$A([3,1],:) = A([1,3],:);$

1 行目と 3 行目を交換する

基本行操作

スクリプトファイル `matrix.m`

```
A = [ 4, -2, 1; ...  
      -2, 5, 2; ...  
      -2, 3, 2 ];  
A(3,:) = 5*A(3,:);  
A
```

を作成し、実行せよ。他の基本行操作も確認せよ。

連立一次方程式を解く

```
A = [ 4, -2, 1; ...  
      -2, 5, 2; ...  
      -2, 3, 2 ];
```

```
p = [ 1; 9; 3 ];
```

連立一次方程式 $Ax = p$ を解く

```
>> x = A\p;
```

```
>> x
```

```
x =
```

```
2
```

```
3
```

```
-1
```

```
>> A*x
```

連立一次方程式を解く

スクリプトファイル linear.m

```
A = [ 4, -2, 1; ...  
      -2, 5, 2; ...  
      -2, 3, 2 ];  
p = [ 1; 9; 3 ];  
x = A\p;  
x
```

を作成し，実行せよ．

```
>> A*x
```

を実行し，解を確認せよ．

グラフ

```
>> x = [0:10]'
```

```
x =
```

```
0
```

```
1
```

```
2
```

```
3
```

```
...
```

```
>> f = x.*x
```

```
f =
```

```
0
```

```
1
```

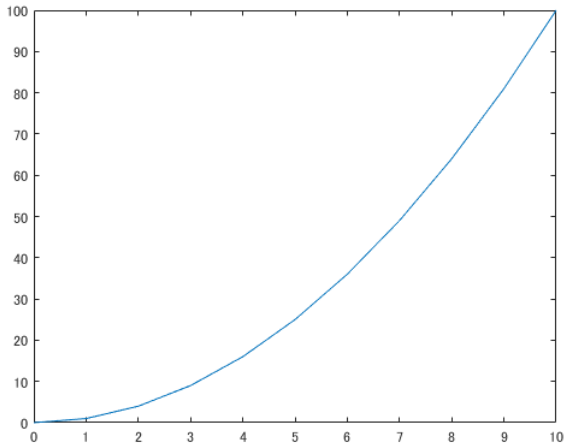
```
4
```

```
9
```

```
...
```

グラフ

```
>> plot(x,f)
```



要素単位の演算

演算子 $.*$ や $./$ は、要素単位で乗算や除算を実行

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix} .* \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} ./ \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

グラフ

```
>> t = [0:0.1:10]'
```

```
t =
```

```
0
```

```
0.1000
```

```
0.2000
```

```
0.3000
```

```
...
```

```
>> x = sin(t)
```

```
x =
```

```
0
```

```
0.0998
```

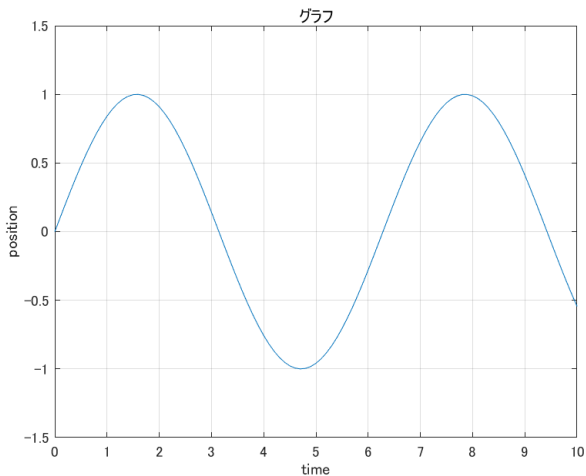
```
0.1987
```

```
0.2955
```

```
...
```


グラフ

```
>> plot(t,x)
```



ベクトル化関数

関数 **cos**, **sin**, **exp**, **log** 等は, ベクトルを引数とすることができる.

$$\sin \begin{bmatrix} 0 \\ \pi/6 \\ \pi/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(0) \\ \sin(\pi/6) \\ \sin(\pi/3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

$$\exp \begin{bmatrix} 0 \\ \log 2 \\ \log 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(0) \\ \exp(\log 2) \\ \exp(\log 3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

グラフ

ファイル draw_graph.m

```
t = [0:0.1:10]';  
x = sin(t);  
plot(t,x);  
title(' グラフ ');      % グラフの表題  
xlabel('time');          % 横軸のラベル  
ylabel('position');      % 縦軸のラベル  
ylim([-1.5,1.5]);       % 縦軸の範囲  
saveas(gcf,'draw_sine_graph.png'); % グラフの保存
```

ファイル draw_graph.m を実行すると、グラフを描き、描いたグラフをファイルに保存する。

常微分方程式を数值的に解く

ファンデルポール (van der Pol) 方程式

$$\ddot{x} - 2(1 - x^2)\dot{x} + x = 0$$

\Downarrow

$\dot{x} = v$ とおくと $\ddot{x} = \dot{v}$ なので

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = 2(1 - x^2)v - x \end{cases}$$

\Downarrow

標準形

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} v \\ 2(1 - x^2)v - x \end{bmatrix}$$

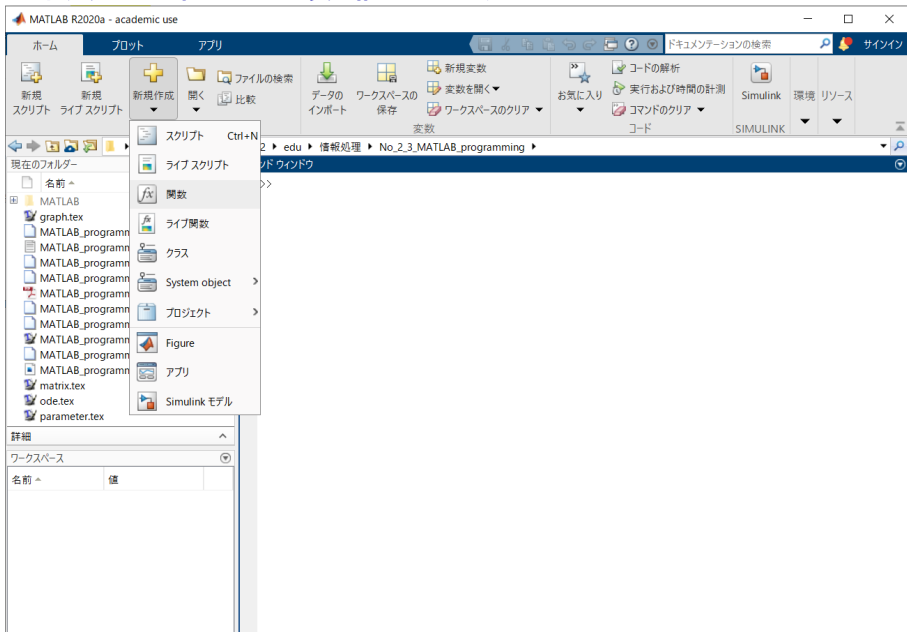
常微分方程式を数值的に解く

標準形を定義するファイル `van_der_Pol.m`

ファイルの名前 "`van_der_Pol`" と関数の名前 "`van_der_Pol`" を一致させる

```
function dotq = van_der_Pol (t, q)
    x = q(1);
    v = q(2);
    dotx = v;
    dotv = 2*(1-x^2)*v - x;
    dotq = [dotx; dotv];
end
```

常微分方程式を数值的に解く



常微分方程式を数值的に解く

The image shows the MATLAB R2020a - academic use interface. The top menu bar includes Home, Plots, Apps, Editor, Publish, and View. The Editor tab is active, showing a function editor for 'Untitled*'. The function is named 'untitled' and takes two input arguments, 'inputArg1' and 'inputArg2', and returns two output arguments, 'outputArg1' and 'outputArg2'. The function body is as follows:

```
1 function [outputArg1,outputArg2] = untitled(inputArg1,inputArg2)
2 %UNTITLED この関数の概要をここに記述
3 % 詳細説明をここに記述
4 outputArg1 = inputArg1;
5 outputArg2 = inputArg2;
6 end
7
8
```

The left sidebar shows the current folder 'C:\Users\hirai\2022\edu\情報処理\No_2_3_MATLAB_programming' and a list of files including 'MATLAB', 'graph.tex', 'MATLAB_programming.aux', 'MATLAB_programming.log', 'MATLAB_programming.nav', 'MATLAB_programming.out', 'MATLAB_programming.pdf', 'MATLAB_programming.snm', 'MATLAB_programming.synctex.gz', 'MATLAB_programming.tex', 'MATLAB_programming.toc', 'MATLAB_programming_page24.png', 'matrix.tex', 'ode.tex', and 'parameter.tex'. The bottom status bar shows the command window with the prompt 'f>>'.

常微分方程式を数值的に解く

関数ファイル `van_der_Pol.m` を作成せよ.

```
>> van_der_Pol(0, [2; 1])
```

を実行せよ. 作成した関数を用いることができる.

常微分方程式を数值的に解く

スクリプトプログラム `van_der_Pol_solve.m`

```
interval = 0.00:0.10:10.00;  
qinit = [ 2.00; 0.00 ];  
[time, q] = ode45(@van_der_Pol, interval, qinit);  
plot(time, q(:,1), '-');
```

ファイル `van_der_Pol_solve.m` を作成し、実行せよ.

常微分方程式を数值的に解く

時刻 t と変数 x の関係をグラフで表す

```
plot(time, q(:,1), '-');
```

時刻 t と変数 v の関係をグラフで表す

```
plot(time, q(:,2), '-');
```

'-' 実線

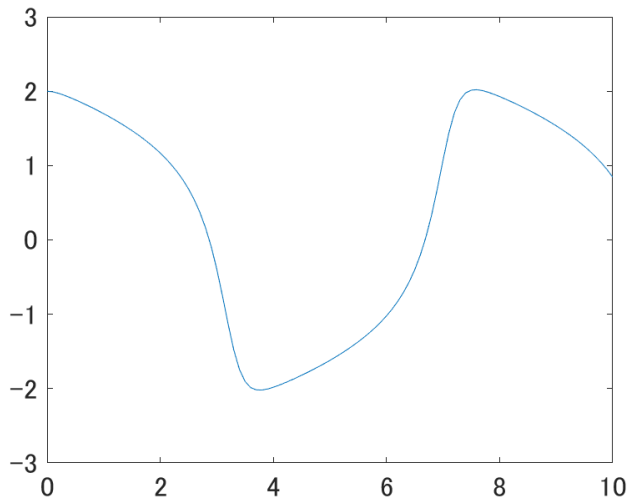
'--' 破線

'-.' 一点破線

':' 点線

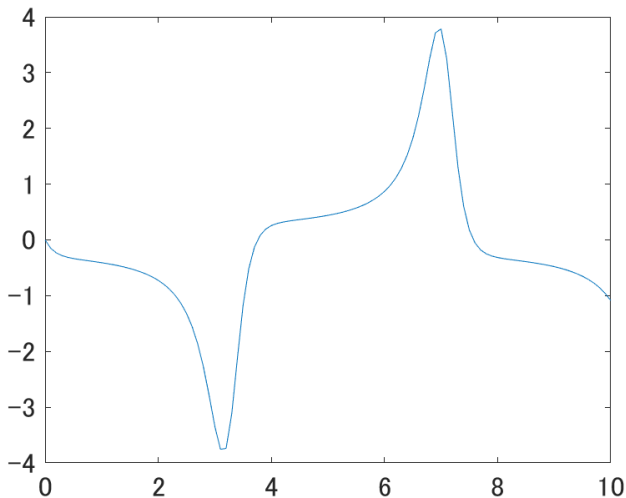
常微分方程式を数值的に解く

時刻 t と変数 x のグラフ



常微分方程式を数值的に解く

時刻 t と変数 v のグラフ



パラメータを有する常微分方程式

微分方程式

$$\ddot{x} + b\dot{x} + 9x = 0$$

b はパラメータ

↓

$$\dot{x} = v$$

$$\dot{v} = -bv - 9x$$

大域変数

関数

```
function dotq = damped_vibration_global (t, q)
    global b;
    x = q(1); v = q(2);
    dotx = v; dotv = -b*v - 9*x;
    dotq = [dotx; dotv];
end
```

プログラム

```
global b;
interval = [0,10];
qinit = [2.00;0.00];
b = 1.00;
[time,q] = ode45(@damped_vibration_global,interval,qinit)
```

入れ子関数

時刻, 状態変数ベクトル, パラメータを引数とする関数

```
function dotq = damped_vibration_param (t, q, b)
    x = q(1); v = q(2);
    dotx = v; dotv = -b*v - 9*x;
    dotq = [dotx; dotv];
end
```

プログラム

```
interval = [0,10];
qinit = [2.00;0.00];
b = 1.00;
damped_vibration = @(t,q) damped_vibration_param (t,q,b);
[time,q] = ode45(damped_vibration,interval,qinit);
```

大域変数 vs 入れ子関数

大域変数

プログラムが単純

大域変数が他の変数と重複する恐れがある

入れ子関数

プログラムがやや複雑

パラメータの値が変わるたびに、関数定義を再実行する必要
他の変数と重複しない

まとめ

MATLAB による数値計算

- ベクトルと行列の計算
- グラフを描く
- 常微分方程式を数値的に解く
- パラメータの引き渡し

付録

違いに注意

- , コンマ 要素の区切り
- ; セミコロン 文の最後, 列ベクトル (dotq, qinit)
- : コロン 等間隔の要素列 (interval)
- . ピリオド