情報処理
MATLAB シミュレーション

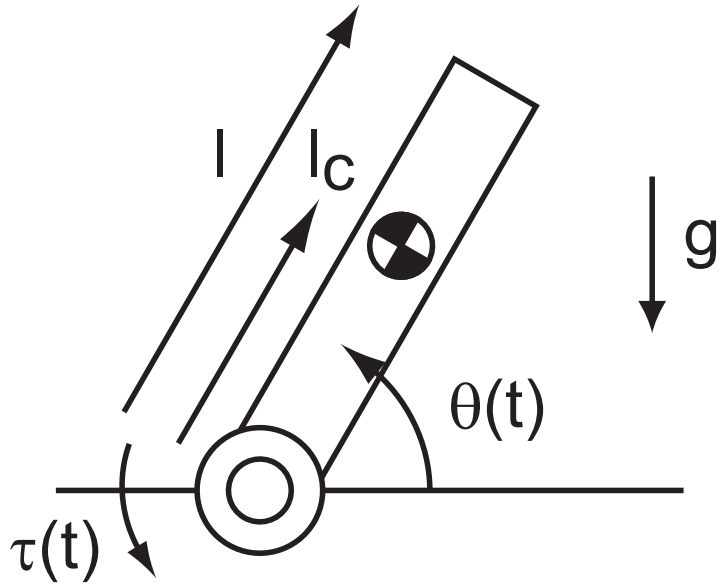
平井 慎一

立命館大学 ロボティクス学科

講義の流れ

1. 1 自由度リンク機構
2. P 制御
3. PD 制御
4. PI 制御
5. まとめ

1自由度リンク機構



運動方程式

$$(J_c + ml_c^2)\ddot{\theta} = -mgl_c \cos\theta + \tau$$

m：質量，J_c：重心周りの慣性モーメント，g：重力加速度
l_c：回転中心と重心の距離，$\tau(t)$：外部トルク

1自由度リンク機構

定数：$J = J_c + ml_c^2$，$P = mgl_c$

運動方程式

$$J\ddot{\theta} = -P\cos\theta + \tau$$

$$\Downarrow$$

$\dot{\theta} = \omega$ とおくと $\ddot{\theta} = \dot{\omega}$ なので

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \frac{1}{J}(-P\cos\theta + \tau) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

標準形

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix}, \qquad \dot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \omega \\ \frac{1}{J}(-P\cos\theta + \tau) \end{bmatrix}$$

1 自由度リンク機構

one_dim_link.m 1 自由度リンク機構の運動方程式の標準形

torque.m 外部トルク

one_dim_link_solve.m 1 自由度リンク機構の運動方程式を解く

parameters.m パラメータの値を計算

video_file.m 動画ファイルを作成

1自由度リンク機構

スクリプトファイル parameters.m

```
global J P

% 一様な円柱のパラメータ
l = 0.4; % リンク長
lc = 0.2; % 重心の位置
r = 0.02; % 円の半径
rho = 5e+3; % 密度 kg/m^3

% 一様な円柱の質量と慣性モーメント kg, m, s
m = rho*(pi*r^2)*l; % 質量
Jc = m * (r^2/4 + l^2/12); % 重心まわりの慣性モーメント

g = 9.8; % 重力加速度
J = Jc + m*lc^2; % 関節周りの慣性モーメント
P = m*g*lc; % 定数 mg lc
```

1自由度リンク機構

スクリプトファイル parameters.m を実行せよ.

変数 J，P の値を確認せよ.

1自由度リンク機構

関数ファイル one_dim_link.m

```
function dotq = one_dim_link (t, q)
    global J P
    theta = q(1);
    omega = q(2);
    dottheta = omega;
    dotomega = (1/J)*(-P*cos(theta) + torque(t));
    dotq = [ dottheta; dotomega ];
end
```

1自由度リンク機構

関数ファイル torque.m

```
% 関節トルク
function tau = torque(t)
    tau = 0;
end
```

1自由度リンク機構

関数 torque の値を確認せよ.

```
>> torque(0)

ans =
     0

>>
```

関数 one_dim_link の値を確認せよ.

```
>> one_dim_link(0, [2;3])

ans =
    3.0000
   15.2648

>>
```

1自由度リンク機構

スクリプトファイル one_dim_link_solve.m

```
parameters; % パラメータの設定

interval = 0.00:0.001:10.00;
qinit = [0.00; 0.00];
[time,q] = ode45(@one_dim_link,interval,qinit);
```

1自由度リンク機構

スクリプトファイル one_dim_link_solve.m を実行せよ.

画像ファイル one_dim_link_angle.png と
動画ファイル one_dim_link.mp4 が
作成されていることを確認せよ.

関数ファイル torque.m 内の tau = 0; を以下のように書き換えて，スクリプトファイル one_dim_link_solve.m を実行せよ.

- tau = 2.00*(t<=3.0);
- tau = 1.50*sin(2*pi*t);

P 制御

P 制御　（2 回生後期の制御工学）

$$\tau = -K_p(\theta - \theta^d)$$

運動方程式

$$J\ddot{\theta} = -P\cos\theta - K_p(\theta - \theta^d)$$

標準形

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix}, \qquad \dot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \omega \\ \frac{1}{J}\{-P\cos\theta - K_p(\theta - \theta^d)\} \end{bmatrix}$$

P 制御

one_dim_link_P.m 1 自由度リンク機構の P 制御の標準形

one_dim_link_P_solve.m P 制御の標準形を解く

P 制御

関数ファイル one_dim_link_P.m

```
function dotq = one_dim_link_P (t, q)
    global J P Kp thetad
    theta = q(1);
    omega = q(2);
    dottheta = omega;
    dotomega = (1/J)*(-P*cos(theta) -Kp*(theta-thetad));
    dotq = [ dottheta; dotomega ];
end
```

P 制御

スクリプトファイル one_dim_link_P_solve.m

```
parameters; % パラメータの設定

global Kp thetad
Kp = 10.00; % 比例ゲイン
thetad = pi/4; % 目標角度

interval = 0.00:0.001:10.00;
qinit = [0.00; 0.00];
[time,q] = ode45(@one_dim_link_P,interval,qinit);
```

P 制御

スクリプトファイル one_dim_link_P_solve.m を実行せよ.

画像ファイル one_dim_link_P_angle.png と
動画ファイル one_dim_link_P_movie.mp4 が
作成されていることを確認せよ.

振動が減衰しているか. 目標角度に収束しているか.

PD 制御

PD 制御

$$\tau = -K_p(\theta - \theta^d) - K_d\dot{\theta}$$

運動方程式

$$J\ddot{\theta} = -P\cos\theta - K_p(\theta - \theta^d) - K_d\dot{\theta}$$

標準形

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix}, \qquad \dot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \omega \\ \frac{1}{J}\{-P\cos\theta - K_p(\theta - \theta^d) - K_d\omega\} \end{bmatrix}$$

PD 制御

one_dim_link_PD.m 1 自由度リンク機構の PD 制御の標準形

one_dim_link_PD_solve.m PD 制御の標準形を解く

PD 制御

スクリプトファイル one_dim_link_PD_solve.m

```
parameters; % パラメータの設定

global Kp Kd thetad
Kp = 10.00; % 比例ゲイン
Kd = 0.100; % 微分ゲイン
thetad = pi/4; % 目標角度

interval = 0.00:0.001:10.00;
qinit = [0.00; 0.00];
[time,q] = ode45(@one_dim_link_PD,interval,qinit);
```

PD 制御

関数ファイル one_dim_link_PD.m

```
function dotq = one_dim_link_PD (t, q)
    global J P Kp Kd thetad
    theta = q(1);
    omega = q(2);
    dottheta = omega;
    dotomega = (1/J)*(-P*cos(theta) -Kp*(theta-thetad) -K
    dotq = [ dottheta; dotomega ];
end
```

PD 制御

スクリプトファイル `one_dim_link_PD_solve.m` を実行せよ.

画像ファイル `one_dim_link_PD_angle.png` と
動画ファイル `one_dim_link_PD_movie.mp4` が
作成されていることを確認せよ.

振動が減衰しているか. 目標角度に収束しているか.

PI 制御

PI 制御

$$\tau = -K_p(\theta - \theta^d) - K_i \int_0^t \{\theta(\tau) - \theta^d\}\, \mathrm{d}\tau$$

運動方程式

$$J\ddot{\theta} = -P\cos\theta - K_p(\theta - \theta^d) - K_i \int_0^t \{\theta(\tau) - \theta^d\}\, \mathrm{d}\tau$$

時間積分を $\xi(t)$ とおく.

$$\xi(t) = \int_0^t \{\theta(\tau) - \theta^d\}\, \mathrm{d}\tau$$

時間微分

$$\dot{\xi} = \theta - \theta^d$$

PI 制御

運動方程式

$$J\ddot{\theta} = -P\cos\theta - K_p(\theta - \theta^d) - K_i \int_0^t \{\theta(\tau) - \theta^d\}\,\mathrm{d}\tau$$

$$\Downarrow$$

$$J\dot{\omega} = -P\cos\theta - K_p(\theta - \theta^d) - K_i\xi$$

標準形

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ \xi \end{bmatrix}, \qquad \dot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \omega \\ \frac{1}{J}\{-P\cos\theta - K_p(\theta - \theta^d) - K_i\xi\} \\ \theta - \theta^d \end{bmatrix}$$

PI 制御

one_dim_link_PI.m 1 自由度リンク機構の PI 制御の標準形

one_dim_link_PI_solve.m PI 制御の標準形を解く

PI 制御

スクリプトファイル one_dim_link_PI_solve.m

```
parameters; % パラメータの設定

global Kp Ki thetad
Kp = 10.00; % 比例ゲイン
Ki = 0.500; % 積分ゲイン
thetad = pi/4; % 目標角度

interval = 0.00:0.001:10.00;
qinit = [0.00; 0.00; 0.00];
[time,q] = ode45(@one_dim_link_PI,interval,qinit);
```

PI 制御

関数ファイル one_dim_link_PI.m

```
function dotq = one_dim_link_PI (t, q)
    global J P Kp Ki thetad
    theta = q(1);
    omega = q(2);
    xi = q(3);
    dottheta = omega;
    dotomega = (1/J)*(-P*cos(theta) -Kp*(theta-thetad) -K
    dotxi = theta - thetad;
    dotq = [ dottheta; dotomega; dotxi ];
end
```

PI 制御

スクリプトファイル `one_dim_link_PI_solve.m` を実行せよ.

画像ファイル `one_dim_link_PI_angle.png` と
動画ファイル `one_dim_link_PI_movie.mp4` が
作成されていることを確認せよ.

振動が減衰しているか. 目標角度に収束しているか.

まとめ

MATLAB によるシミュレーション

- 運動方程式を導く
- 常微分方程式を標準形に変換する
- 常微分方程式を数値的に解く
- シミュレーション結果を可視化する

レポート

1 自由度リンク機構を PID 制御する．ゲイン K_p, K_i, K_d を適切に選び，そのときの 1 自由度リンク機構の運動をグラフで表せ．Simulink 等を使わず，プログラムを書いてシミュレーションを実行する．ゲインの値を変えてシミュレーションを実行し，ゲインの値が結果にどのように影響するかを考察せよ．レポートには，プログラムと実行結果，考察を載せる．

レポートは一個の pdf ファイル (pdf ファイル以外は採点対象外) (+mp4 ファイル) で moodle+R に提出．
ワードや写真のファイルは pdf に変換し，アップすること

ファイル名：学籍番号（11 桁半角数字）名前（空白なし）.pdf
例えば　12345678901 平井慎一.pdf
　　12345678901HiraiShinichi.pdf
期限 2026 年 5 月 11 日（月曜日） 1:00 AM

レポート

- サンプルプログラムを参考に
- 違いに注意

,	コンマ	要素の区切り
;	セミコロン	文の最後，列ベクトル (dotq, qinit)
:	コロン	等間隔の要素列 (interval)
.	ピリオド	