Q ＆ A（6）　～4　章	**生命物理・化学統計熱力**　担当：　高橋卓也（生命情）

3.4 復習：平均・ゆらぎ　$P=1/(\pi$［　］$)^{1/2}\exp\{-(n-N/2)^2/($［　］$)\}=1/(\pi^2\sigma^2)\exp\{-(n-\langle n\rangle)^2/(2\sigma^2)\}$正規分布。*比較して、$n$ の平均値$\langle n\rangle$=*［　］、*分散σ^2=*［　］。*n のゆらぎ*（標準偏差）σ=［　］/2。**具体例**　N＝1000000 で σ =［　］　δのゆらぎ σ/N=［　］。±3σ以内つまり n は中央から±［　］に 99.73%が集中。これは N に対する割合として言えば±［　］%。さらに N が大きい時、平均値が $N/2$ からずれる確率は～［　］。

4.1 状態数　具体例:E=4 で N=3 の時　それぞれの粒子の ε の値で各状態が表現可能。(0,2,2) (1,1,2) (1,2,1) (2,0,2) (［　］)　(2,2,0) の6状態（6サンプル）の間を遷移する。　$\rho(3,4)$ =［　］。総和 E を制限しない時、各粒子は 0,1,2 のどの値でも OK なので、全状態の数は ρ=［　］＝２７状態

4.2 等重率原理： P=［　］。例：ρ=6　1 個のサイコロで、6 が出る確率=［　］。**ボルツマンの H 定理**：適当な遷移に対する条件があれば等重率を満たす［　］が必ず実現。この条件が **4.3 詳細釣り合いの原理という条件**：*全ての i と j に対して遷移確率　P(i→j)=*［　］。*つまり**行きと帰りの遷移確率が等しい**。遷移確率に関して、***詳細釣り合いの原理**　*が成立していれば、*［　］*の原理が実現！*

4.4 エネルギーと状態数　各粒子の取りうるエネルギーが、不連続（量子化）で、最低エネルギー（［　］状態）0、等間隔 1 で無限に増加できるとする。このとき*各粒子のエネルギー*［　］は ε_i＝0，1，2・・となる。

例 [1]*E=0 なら $\rho(0)$=*［　］。[2]*E=1 なら $\rho(1)={}_N C_1$=*［　］。[3]*E=2 なら $\rho(2)={}_N C_1$+*［　］*=N+N(N−1)/2 = N(N+1)/2=*［　］*C2=*［　］*−1C2*。***[3]一般の E に対しては、$\rho(E)$=*［　］C［　］*=(N+E−1)!/E!/(N−1)!***

4.5 真の物質の姿は［　］ではなく［　］。物理量は［　］。運動量 p(=質量 M ×速度 v) やエネルギー ε も不連続。**例１**：長さＬの１次元の空間に１個の粒子だけ存在 $\varepsilon=Mv^2/2$=［　］$^2/2M$　(1)。［　］***の関係式とは**：運動量 p の粒子は波長 λ の物質波 $p=h/\lambda=2\pi$*［　］　*(2)。ここで $h\sim6.626\times10^{-34}$*（Js）［　］定数。波が空間Ｌに広がっているので L=［　］　(n=1,2,3,･･･)　よって $p=h/\lambda$=［　］(3)　よって $\varepsilon=p^2/2M$=［　］　(4)***ここに N 粒子が存在するとき***　*全エネルギーE=*［　］（i=1～N：n_i=1,2,3,　･･･）。**長さＬの３次元の空間の中の N 個の粒子** ε=（［　］)/2M、$p_x=h$［　］/2L　(5) *y,z も同じ、よって $\varepsilon=h^2$*（［　］)/(8L²M)　***(6)　理想気体 N 粒子***　*$E=h^2/(8L^2M)\Sigma$*（［　］）。

4.6 理想気体　*E～E+ΔE の間に存在する状態の数は*［　］。**[1]長さＬの１次元の空間中の１粒子の状態数**　*$h^2/(8L^2M)=a$　とすると $E=an^2$、$E+\Delta E=a$*［　］*と書けて　$\Delta n\sim\Delta E/(2an)=\Delta E/\{2(aE)^{1/2}\}$。１粒子の状態密度は $\rho(E)\cdot\Delta E$=*［　］*より $\rho(E)$ =*［　］(1)。**[２] 2 個の粒子** *状態を(n1,n2)という２つの正の整数の組で表現。この状態のエネルギーE= a $(n_1^2+n_2^2)\to n_1^2+n_2^2=E/a=r^2$。$r=(E/a)^{1/2}$。$r+\Delta r$ =*［　］。***斜線の帯の面積 ΔS／4*** $=\pi\{(r+\Delta r)^2-r^2)\}/4$=［　］*よって ρ2 粒子(E)=*［　］*(2)*

$(dS/dE)/4=(2\pi r)(dr/dE)/4=(\pi/2)(E/a)^{1/2}$（［　］)(1/2)＝$\pi/4a$　(2)

4.6 理想気体　[３]3 粒子　体積 $\Delta V=4\pi\{(r+\Delta r)^3-r^3)\}/3\sim4\pi$（［　］)/3=［　］Δr。$\Delta r=\{(E+\Delta E)/a\}^{1/2}-(E/a)^{1/2}\sim(E/a)^{1/2}$［　］。$\Delta V\sim4\pi(E/a)$［　］$(\Delta E/E)/2=2\pi(E/a)$［　］$\Delta E/a$ 正の部分は $\Delta V/$［　］$=\pi(E/a)^{1/2}\Delta E/$［　］。**[4]*N* 粒子**　*N* 次元の体積 $V_N(E)$ の正の部分（1/［　］）を *E* で微分 $V_N(r)$ =［　］。$V_N(E)=\pi^{N/2}$［　］/(N/2)!。$\rho_N(E)=(dV_N(E)/dE)/2^N=(\pi^{N/2}/2^N)\{$［　］}/(N/2)!　(3)。*例えば N=2 で　$V_2=\pi r^2=S$　$\rho_2(E)=\pi/4a$* **見落としてきた同種粒子効果とは？**　これまで区別してきたが一般に同種の粒子は区別不可能。***N* 粒子の場合は、近似的に**［　］**で割る。**極低温でエネルギーが低いときなどは、各粒子は［　］エネルギー状態ばかりになるから、この方法ではダメ。

4．7 粒子数が多いとき　ρ(E)･［　］＝Ω(E+ΔE)−Ω(E)。**長さＬの３次元空間中のＮ個の理想気体のとき：**
$\rho_N(E)=(dV_{3N}(E)/dE)/2^{3N}=(\pi^{3N/2}/2^{3N})\{(3N/2)$［　］}/(3N/2)!　*N! で割り、$a=h^3/(8L^3M)$ と $L^3=V$ を代入して整理すると $\rho_N(E)=(\pi^{3N/2}/2^{3N+1})\{(3N/2)/N!(3N)/(3N/2)!$*［　］$(h^2/8M)$［　］$V$［　］。

3 次元理想気体：状態数密度の対数　log ρ ～(［　］) log*E*+(［　］に依らない数) (2)。*3N/2 と logE に比例。*
スターリング公式の近似式(3.3.2)　logN!～［　］*−N.　これを　(3N/2)! と N! に使って整理すると*

log ρ ～*N* {3/2 log(［　］)＋log(［　］)＋［　］log(2π*M*/*h*²)＋［　］}　(2’)

4．7 エネルギー準位が等しいとき（ 4.4 節）　(4.4.1)式で*−1* を無視し、またスターリング近似式使うと

log ρ ～*E* log{［　］}+*N* log{［　］}　(3)　*E>>N* なら log ρ～［　］ log*E* +(［　］に依らない数)

4．7 一般の場合　予想：log ρ～［　］log *E* +(*E* に依らない数)　*理想気体なら c* =［　］、*エネルギー等準位ならc* =［　］。　*証明：$\rho(E)=d\Omega(E)/dE=cN(E/N)$*［　］ よって log ρ ～*cN* log*E*+（*E* によらない数）